经国家教委中小学教材
审定委员会审查试用

九年义务教育三年制初级中学教科书

几何

JI HE

第一册

人民教育出版社中学数学室 编著

人民教育出版社

九年义务教育三年制初级中学教科书

几 何

第一册

人民教育出版社中学数学室　编著

人民教育出版社

(京)新登字 113 号

九年义务教育三年制初级中学教科书

几　何

第 一 册

人民教育出版社中学数学室　编著

*

人民教育出版社出版
北 京 出 版 社 重 印
北京市新华书店发行
北京印刷三厂印刷

*

开本 787×1092　1/32　印张 4　插页 2　字数 61 000
1993 年 4 月第 1 版　2000 年 1 月第 7 次印刷
印数 1—94 300

ISBN 7-107-01765-9
G・3315(课)　定价 3.20 元

如发现印装质量问题影响阅读请与印厂联系
电话:84275511 转 2146

顾　　问：丁石孙　丁尔升　梅向明　张奎恩
　　张孝达
主　　编：吕学礼　饶汉昌　蔡上鹤
副 主 编：李慧君
编 写 者：吕学礼　李慧君
责任编辑：李慧君

说　明

一、这套九年义务教育三年制初级中学教科书《几何》第一至第三册，是根据国家教委颁发的《九年义务教育全日制小学、初级中学课程计划（试行）》、《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）》在现行教科书的基础上编写的.

二、本书从1991年春季起，在全国二十几个省、自治区、直辖市的数十万学生中进行了试验，并于1992年经国家教委中小学教材审定委员会审查通过.

三、本书是几何第一册，内容包括：线段、角，相交线、平行线，供六三制初中一年级下学期使用，每周2课时.

四、本书在体例上有下列特点：

1. 每章都有一段配有插图的引言，可供学生预习用，也可作为教师导入新课的材料.

2. 在课文中适当穿插了“想一想”、“读一读”、“做一做”等栏目. 其中“想一想”是供学生思考的一些问题，“读一读”是供学生阅读的一些短文，“做一做”是供学生课外动手操作的一些实例. 这些栏目是为扩大学生知识面、增加趣味性和实践性而设计的，这些都不作为教学要求，只供学生课外参考.

3. 每章后面都安排有“小结与复习”，其中的“学习要

求”是对学生学完全章后的要求.

4. 每章最后都配有一套“自我测验题”，供学生自己检查学完这一章后，是否达到本章的基本要求.

5. 全书最后附有部分习题的答案或提示，供学生做完习题后进行对照，以便及时了解自己的解答是否正确.

6. 本书的练习题分为练习、习题、复习题三类. 练习供课内用；习题供课内或课外作业用；复习题供复习每章时选用. 其中习题、复习题的题目分为 A、B 两组，A 组属于基本要求范围，B 组带有一定的灵活性，仅供学有余力的学生选用. 每组习题的第 1 题，都反映了这一部分知识的基本要求，可以作为预习用，也可作为课后复习用，不要求做出书面答案.

五、鲍珑同志参加了本书引言和第一章的编写工作.

本书在编写过程中，征求了部分教师和教研人员的意见，在此向北京市的王占元、郭立昌、明知白、王吉钊、臧龙光、魏榕彬，天津市的刘玉翘、窦广生、李荫国、吴迪生、尹继民，辽宁省的魏超群，吉林省的李浩明、于茂之，江苏省的万庆炎、杨裕前，安徽省的薛凌，湖北省的冯善庆等同志表示衷心的感谢.

人民教育出版社中学数学室

1993 年 4 月

目　录

引言 …… 1

读一读　图案 …… 6

第一章　线段、角 …… 8

一　直线、射线、线段 …… 9

1.1　直线 …… 9

1.2　射线、线段 …… 13

1.3　线段的比较和画法 …… 17

读一读　长度单位 …… 23

二　角 …… 24

1.4　角 …… 24

1.5　角的比较 …… 26

1.6　角的度量 …… 31

1.7　角的画法 …… 38

小结与复习 …… 43

复习题一 …… 45

自我测验一 …… 49

第二章　相交线、平行线 …… 51

一　相交线、垂线 …… 52
2.1　相交线、对顶角 …… 52
2.2　垂线 …… 55
2.3　同位角、内错角、同旁内角 …… 62
二　平行线 …… 68
2.4　平行线及平行公理 …… 68
2.5　平行线的判定 …… 71
2.6　平行线的性质 …… 77
2.7　空间里的平行关系 …… 82
三　命题、定理、证明 …… 90
2.8　命题 …… 90
2.9　定理与证明 …… 93
读一读　观察与推理 …… 97
小结与复习 …… 101
复习题二 …… 103
自我测验二 …… 108
读一读　有关几何的一些历史 …… 110

附录　部分习题答案或提示 …… 113

引　言

我们在小学学过一些几何知识．现在开始学习比较系统的几何知识．几何主要研究些什么呢？

先看一些例子．

1．怎样画出国旗上的五角星（图 1）？

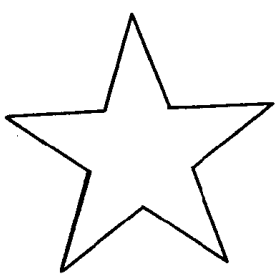


图　1

2．怎样测出古塔的高（图 2）？

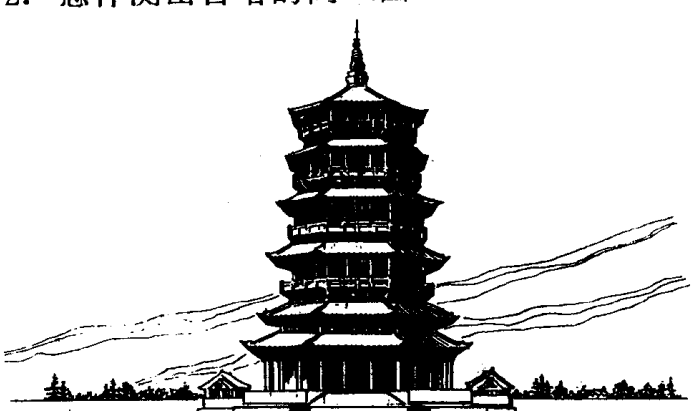


图　2

3. 我们知道，把一张长方形纸片折一下（图 3），可以裁出正方形纸片. 这是为什么呢？如果是长方形木板，又怎样从中截出最大的正方形木板呢？

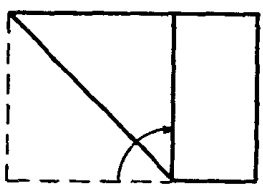


图 3

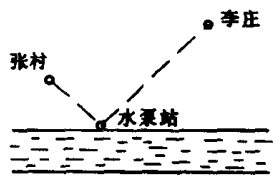


图 4

4. 要在河边修建一个水泵站，分别向张村、李庄送水（图 4）. 修在河边什么地方，可使所用水管最短？

这样的例子有很多很多. 在日常生活和生产中，经常遇到像这样的关于图形的问题，这些都是几何所要研究的问题.

在几何课里，我们主要学习下面一些内容：

图形的识别，如怎样的图形是正方形、梯形等.

图形的性质，如三角形、正方形等有什么性质.

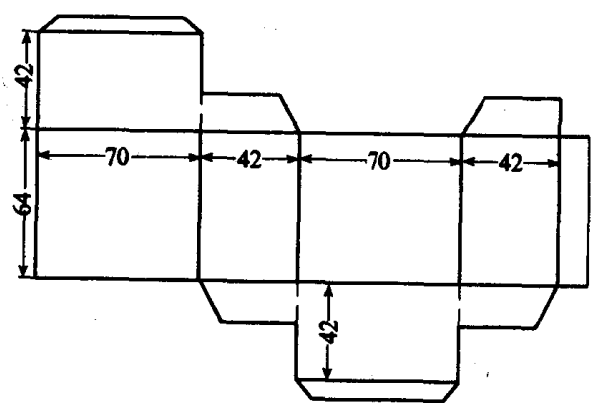
图形的画法，如怎样画正方形、五角星等.

图形的计算问题，如计算高度、面积等.

在几何课里，还要学习说明道理. 如为什么三角形三个角的和是 180°，为什么图 3 中裁出的纸片是正方形的，为什么图 4 中在选定地点修水泵站所用水管最短.

做一做

用纸板按图画线（长度单位是毫米），沿虚线剪开，做成一个像装墨水瓶的纸盒那样的长方体模型.



我们看到许多物体. 如果不管它们的其他性质（如颜色、重量、材料等），只注意它们的形状（如方的、圆的，等等），大小（如长度、面积等），位置（如在内或在外、相交不相交等），就得到各种几何图形（简称图形）. 我们在小学学过的长方体、球体、线段、三角形、长方形、圆，等等，都是几何图形.

如图 5，从方砖得到的图形是长方体，圆罐得到的图形是圆柱体（也叫圆柱），足球得到的图形是球体（也叫球）．长方体、圆柱体、球体，等等，都是体．

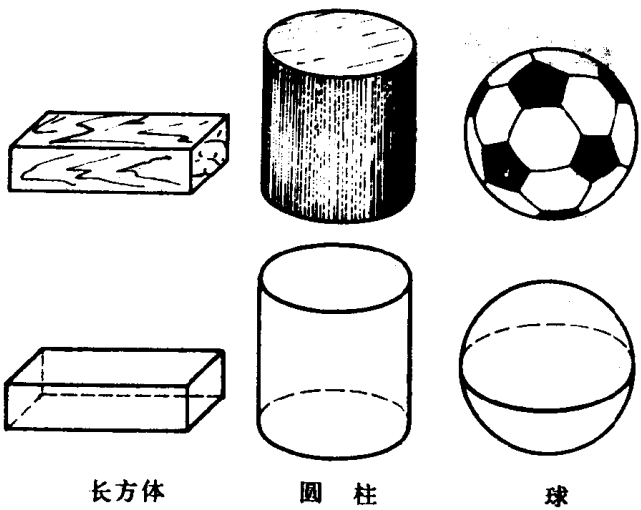


图 5

我们看方砖、圆罐、足球，都有表面．包围着体的是面．例如，长方体有六个面，都是平的．圆柱有两个底面，都是平的，一个侧面，是曲的．球有一个面，是曲的．

面与面相交接的地方，形成线．图 5 的长方体中，有 12 条线，都是直的，圆柱的两个底面和侧面交接处，形成两条线，是曲的．图 6 中黑白分界的地方，形成一条线，是直的．

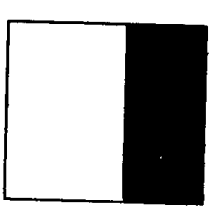


图 6

线和线相交的地方是点，看一看图 5 的长方体中，线和线相交，有几个点？

我们也可以说，点动成线（像流星、笔尖画线），线动成面（像旋转的自行车轮辐条），面动成体（像长方形绕一边旋转得圆柱）.

体、面、线、点，都是几何图形.

几何图形有的在同一个平面内，像三角形、圆；有的不在同一个平面内，像长方体、球. 这里说的平面是指什么呢？平面是像平静的水面、黑板面那样的面，但平面是向四周无限延展着的. 都在同一个平面内的图形是平面图形，不都在同一个平面内的图形是立体图形.

在初中，我们主要研究平面图形.

想一想

一个铁球有下列性质：

铁制的；硬的；灰黑色；球形；直径 5 厘米；质量 500 克；摸上去很凉；等等.

几何研究的是其中的哪些性质？

读一读

图　案

我们常常见到很多美丽的图案，它们是由一些简单的几何图形组成的（如图1）.

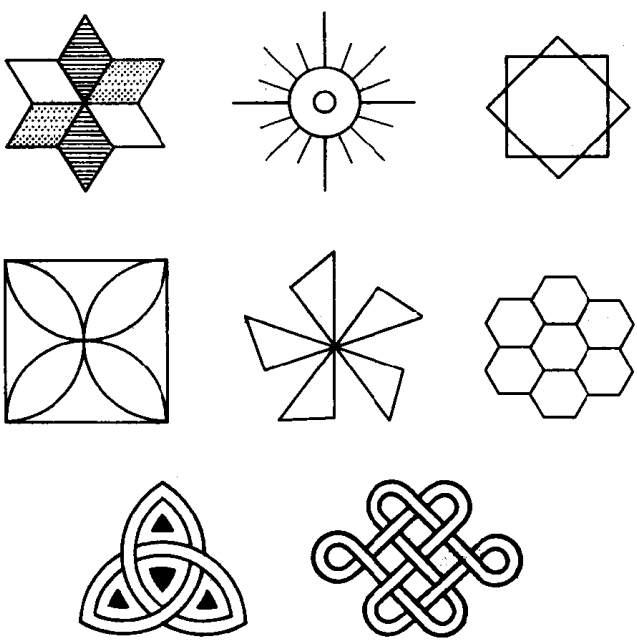


图　1

有些图案可以看作是由一个简单图形旋转而成的. 如图1第一排第一图是由同一个图形绕一点旋转而成的，第二排第二图也是由同一个图形绕一点旋转而成的.

有些图案可以看作是由同一个图形按某一方向连续平移一定距离而成的. 例如图 2 (1) 是由一个回字图形按一个方向连续平移而成的. 这样得到的是成条状的图案.

(1)

(2)

图 2

把图 2 (1) 沿中心线剪开，下半部向右移一格，就得图 2 (2)，它也可以看成是由同一个图形按一个方向连续平移而成的.

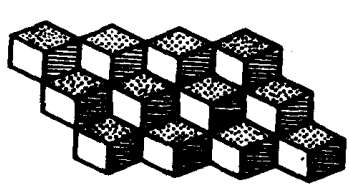
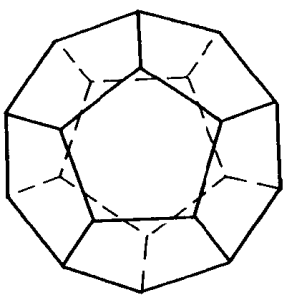
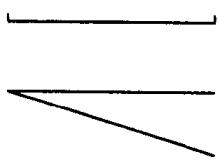


图 3

有些图案也可以看作是由同一个图形按两个方向连续平移而成. 例如图 3 是由一个图形按向左和斜着向上的方向连续平移而成. 这样得到的是成片状的图案.

第一章　线段、角





上面的左图比较复杂，右图比较简单．但是仔细观察分析，可以看到，复杂的图形也是由一些简单的图形组成的．

要掌握比较复杂的图形的知识，需要先从比较简单的图形学起．本章介绍一些最简单的图形的知识，即线段和角的知识．上面的右图就是一条线段和一个角．在这个基础上，以后再学习相交线和平行线，三角形，四边形，等等．

一　直线、射线、线段

1.1　直线

一根拉得很紧的线，给我们以直线的形象．直线是向两方无限延伸着的．

在代数中常用的数轴，就是一条直线，它是规定了原点、方向和单位长度的直线．数轴可以向两个方面无限延伸．

我们可以用直尺画直线．

在几何里，我们常用字母表示图形．一个点可以用一个大写字母表示，例如图 1-1 中的两点分别用字母 A 和 B 表示，这两点分别记作点 A 和点 B．一条直线可以用一个小写字母表示，如图 1-1 中的直线可以记作直线 l．一条直线也可以用在这直线上的两个点来表示，如图 1-1 中的直线也可以记作直线 AB．

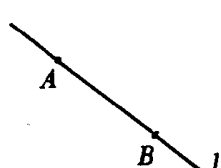


图　1-1

一个点在一条直线上，也可以说这条直线经过这个点．如图 1-2 中，点 O 在直线 l 上，也可以说直线 l 经过点 O．点在直线外，也可以说直线不经过这个点．如图 1-2 中，点 P 在直线 l 外，也可以说直线 l 不经过点 P．

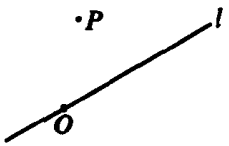


图 1-2

用一个钉子把一根细木条钉在墙上，木条可以绕着钉子转动(图 1-3(1))．当用两个钉子把木条钉在墙上时，木条就被固定住了(图 1-3(2))．

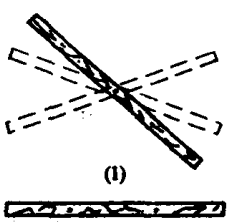


图 1-3

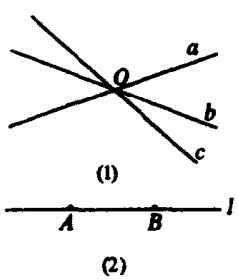


图 1-4

上面的这个事实表明：经过一点有无数条直线(图 1-4 (1))，经过两点有一条直线，而且只有一条直线（图 1-4 (2))．

同学们可以自己画一画试试．

我们把直线的这个性质作为公理：

经过两点有一条直线，并且只有一条直线．

这个公理可以简单说成：

过两点有且只有一条直线.

在日常生活和生产中常常用到这个公理. 例如，要在操场上画一条直线，可以先确定这条直线上的两点，再拉紧一条经过这两点的绳子，就可沿着这条绳子画线. 又如，植树时，只要定出两个树坑的位置，就能确定同一行的树坑所在的直线.

两条不同的直线，不能有两个或更多个公共点. 如果它们有一个公共点，我们就说它们**相交**，它们是相交直线，这个公共点叫做它们的**交点**. 例如，在图 1-5 中，直线 a 和 b 相交于点 O，点 O 是它们的交点.

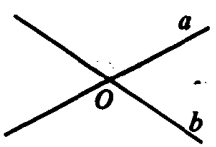


图 1-5

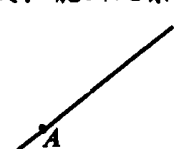
练 习

1. 画图回答：

(1) 经过一点 P 能不能画直线？能画几条？

(2) 经过两点 A、B 能不能画直线？能画几条？

2. 只用直线上的一个点 A 来表示这条直线，可以不可以？用直线上的两个点来表示这条直线呢？



(第 2 题)

3. 读下列语句，并按照这些语句画出图形：

(1) 直线 EF 经过点 C；

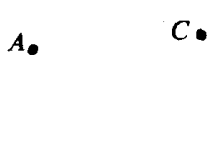
(2) 点 A 在直线 l 外；

(3) 经过点 O 的三条直线 a、b、c；

(4) 直线 AB 与 CD 相交于点 B.

想一想

如图，三个点 A、B、C 不在一条直线上. 过其中每两个点画直线，可以画出几条直线？



如果在问题中没有说明三点不在一条直线上，而只是说："有三个点 A、B、C，过其中每两个点画直线，可以画出几条直线？"那么这样的问题应该怎样回答呢？

1.2 射线、线段

射线和线段都是直线的一部分.

手电筒或探照灯射出的光束（图 1-6），给我们以射线的形象.

直线上的一点和它一旁的部分叫做**射线**，这点叫做射线的**端点**. 如图 1-7，直线上点 O 和它一旁的部分是一条射线，点 O 是它的端点.

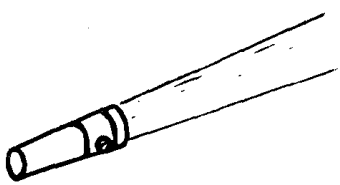


图 1-6

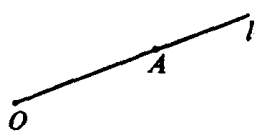


图 1-7

一条射线可以用端点和射线上另一点来表示. 例如图 1-7 中的射线，可以记作射线 OA. 注意，表示端点的字母要写在前面. 有时，一条射线也可用一个小写字母来表示，如图 1-7 中的射线 OA 可记作射线 l.

画射线时，如画图 1-7 中的射线 OA，要画出射线的端点 O，射线经过点 A 并向 OA 一旁延伸的情况.

直线上两个点和它们之间的部分叫做**线段**，这两个点叫做线段的**端点**. 像长方体的棱，就是线段.

图 1-8 中，以 A、B 为端点的线段，记作线段 AB 或线段 BA. 有时也可记作线段 a.

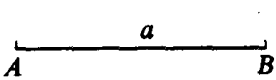


图 1-8

我们说连结 AB，就是要画出以 A、B 为端点的线段．这时，注意不要向任何一方延伸（为什么?）．

本节中说明射线和线段的意义的语句："直线上的一个点和它一旁的部分叫做射线"，以及"直线上两个点和它们之间的部分叫做线段"，分别是射线和线段的定义．在今后，我们还要学习其他一些图形的定义．

练　习

1. (1) 说出射线 AB 与射线 BA 的端点，画出这两条射线．

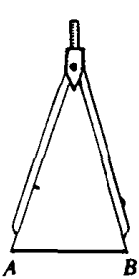
(2) 线段 AB 与线段 BA 是同一条线段吗?

2. 图中有三点 A、B、C．按照下列语句画出图形：

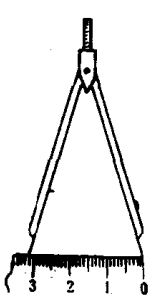
(第 2 题)

(1) 画直线 AB；(2) 画射线 AC；(3) 连结 BC．

做一做



(1)



(2)

用图中所示的方法可以量得线段 AB 的长是 3.1 厘米．照此量练习第 2 题中线段 AB、AC、BC 的长(精确到 0.1 厘米)．

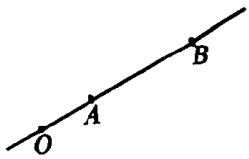
习 题 1.1

A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：
   (1) 几何研究物体的哪些性质？
   (2) 怎样表示一个点，怎样表示一条直线？
   (3) 关于直线有什么公理？
   (4) 怎样的两条直线是相交的？
   (5) 射线和线段的定义各是怎样的？
   (6) 怎样表示一条射线，怎样表示一条线段？
2. 一点与一条直线有哪两种位置关系？画出图形.
3. 读下列语句，并按照这些语句画出图形：
   (1) 直线 l 经过 A、B、C 三点，点 C 在点 A 与点 B 之间；
   (2) 两条直线 m 与 n 相交于点 P；
   (3) P 是直线 a 外的一点，过点 P 有一条直线 b 与直线 a 相交于点 Q.
4. 填充下表：

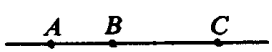
	有几个端点	向几个方向延伸
直线		
射线		
线段		

5. 图中，射线 OA 与射线 OB 是同一条射线吗？射线 OB 与射线 AB 是同一条射线吗？射线 OA 与射线 AO 是同一条射线吗？



（第 5 题）

6. 图（1）和图（2）的两条直线上，各有哪几条线段？



(1)

(2)

（第 6 题）

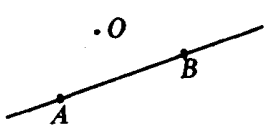
B 组

1. 按照图形填空：

（1）点 O 在直线 AB ____；

（2）点 B 在射线 AB ____；

（3）点 A 是线段 AB 的一个____.



（第 1 题）

2. 有四个点，每三个点都不在一条直线上. 过其中每两个点画直线，可以画几条直线？

1.3 线段的比较和画法

比较两个同学的高矮，可以让他们站在一块平地上，脚底平齐，再看他们的头顶.

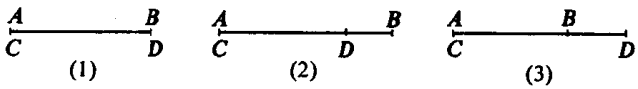


图 1-9

比较两条线段 AB、CD 的长短，也可以把它们移到同一条直线上，使一个端点 A 和 C 重合，另一个端点 B 和 D 落在直线上 A 和 C 的同侧(图 1-9). 如果点 D 和 B 重合 (图 1-9 (1))，就说线段 AB 和 CD 相等，记作 $AB=CD$. 如果点 D 在线段 AB 上 (图 1-9 (2))，就说线段 AB 大于 CD，记作 $AB>CD$. 如果点 D 在线段 AB 外 (图 1-9 (3))，就说线段 AB 小于 CD，记作 $AB<CD$.

用刻度尺度量一条线段的长度(用图 1-10 的方法或第 14 页“做一做”的方法)，实际上就是看这条线段与尺上哪一条线段相等. 例如图中线段 AB 与尺上长度是 3.1 厘米的线段相等.

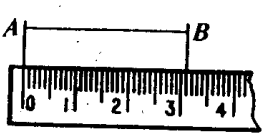


图 1-10

量出了线段的长度，也就可以按照长度来比较它们的大小. 线段的大小关系和它们长度的大小关系是一致的.

画一条线段等于已知线段 a，可以像图 1-11 那样，用圆规在射线 AC 上截取，就得 $AB=a$. 也可先量出线段 a 的长度，再画一条等于这个长度的线段.

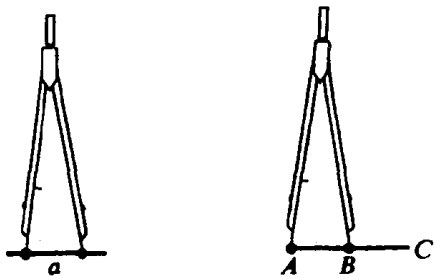
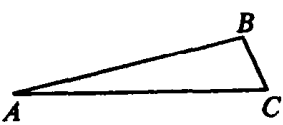


图 1-11

练 习

1. 用圆规截取或用度量方法，比较线段 AB 与 AC 的大小.



（第 1 题）

2. 在一条直线上，画线段 DE 等于上题的 AB，再在 DE 的延长线上画线段 EF 等于 BC. 比较线段 DF 与 AC 的大小.

设线段 $a>b$（图 1-12），在直线上画线段 $AB=a$，再在 AB 的延长线上画线段 $BC=b$，线段 AC 就是 a 与 b 的和，记作 $AC=a+b$. 如果在线段 AB 上画线段 $BD=b$，那么线段 AD 就是 a 与 b 的差，记作 $AD=a-b$.

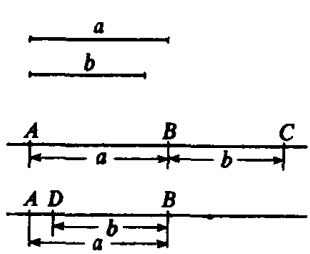


图 1-12

在射线 AB 上顺次截取线段 $BC=CD=\cdots=AB$（图 1-13），那么 $AC=AB+AB$，线段 AC 就是线段 AB 的 2 倍，记作 $AC=2AB$. 这时，AB 是 AC 的二分之一，记作 $AB=\frac{1}{2}AC$. 同样，$AD=3AB$，$AB=\frac{1}{3}AD$，等等.

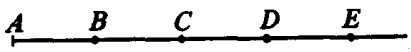
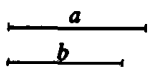


图 1-13

图 1-13 中，点 B 把线段 AC 分成两条相等的线段，点 B 叫做线段 AC 的**中点**. 这时有，$AC=2AB=2BC$，$AB=BC=\frac{1}{2}AC$. 点 B 和点 C 把线段 AD 分成三条相等的线段，点 B 和点 C 叫做线段 AD 的三等分点，等等.

图 1-12 和图 1-13 说明了利用圆规和直尺画线段的和、差及几倍的方法. 要画线段的和、差、几倍、几分之一，也可以先量出各线段的长度，再画出线段，使它的长度等于相应长度的和、差、几倍、几分之一.

例 已知线段 a、b（$a>b$），画一条线段，使它等于 $2a-b$（图 1-14）.



画法：1. 画射线 AE.

2. 在射线 AE 上顺次截取 $AB=BC=a$.

3. 在线段 AC 上截取 $CD=b$.

线段 AD 就是所要画的线段.

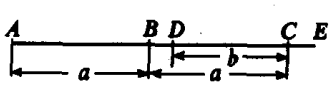


图 1-14

上面的例中写出了画法．练习、习题中画图的题目，只要画出正确的图形，暂不要求写出画法．

观察图 1-15．图中在两点 A、B 之间有各种形状的线．如果把它们都展直，可以看到其中线段 AB 最短．我们把这个事实作为公理：

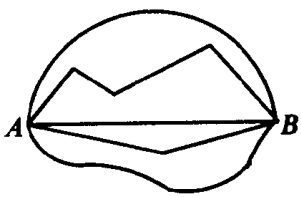


图 1-15

所有联接两点的线中，线段最短．

这个公理也可简单说成：

两点之间，线段最短．

连结两点的线段的长度，叫做这**两点的距离**．

实际中常常用到上面关于线段最短的公理．例如，从 A 地到 B 地架设电线，总是尽可能沿着线段 AB 架设(图 1-16)．

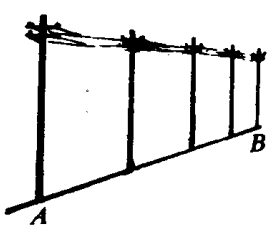
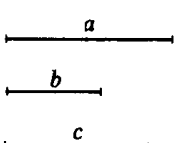


图 1-16

练　习

1. 已知线段 a、b、c $(a>c)$，用圆规和直尺画线段，等于 $a+2b-c$．



(第 1 题)

2. 把 9 厘米长的线段 6 等分．

3. 第 18 页练习第 2 题中，得出的结果是 $DF>AC$，这说明了关于线段的什么公理？

习 题 1.2

A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：

(1) 比较两条线段的大小，结果可能有哪几种情况？

(2) 什么是两条线段的和、差？怎样画出它们？

(3) 什么是一条线段的几倍、几分之一？怎样画出它们？

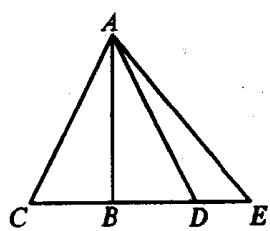
(4) 关于线段有什么公理？

2. 利用圆规，比较图中线段的大小：

(1)AB 与 AC；(2)AB 与 AE；

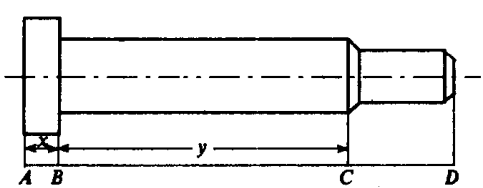
(3)BC 与 BD；(4)BC 与 BE；

(5)AC 与 AD；(6)AC 与 AE.



(第 2 题)

3. 如图，已知 $AD=76$ mm，$BD=70$ mm，$CD=19$ mm，求 AB 的长 x 和 BC 的长 y.



(第 3 题)

(第 4 题)

4. 如图，为了求 l 的长，先量得 h、m、n 的长.

(1)用含 h、m、n 的代数式表示 l；

(2)已知 $h=31$ mm，$m=5$ mm，$n=8$ mm，求 l 的长.

5. 已知线段 AB，在 BA 的延长线上取一点 C，使 $CA=3AB$.

(1)线段 CB 是线段 AB 的几倍？

(2)线段 CA 是线段 CB 的几分之几？

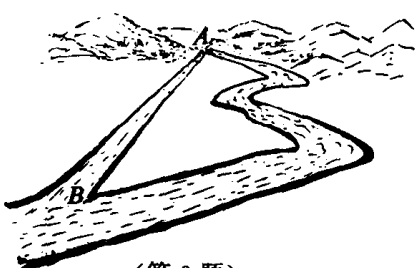
6. 已知线段 a 和 $b(a>b)$. 画一条线段，使它等于：

(1)$a+3b$； (2)$\frac{1}{2}(a-b)$.

7. 画出已知线段 AC 的中点 B，并用式子表示线段 AB 和 BC、线段 AC 和 AB、线段 BC 和 AC 各有什么样的关系.

8. 按下列语句画图：在以 O 为端点的两条射线上，分别取线段 OA、OB. 二等分 OA、OB，分别得中点 M、N，连结 A、B，并连结 M、N.

9. 有时需要把弯曲的河道改直. 根据什么公理可以说明这样做能缩短航程？



（第 9 题）

B 组

1. 如图，两点 B、C 在线段 AD 上.

(1) 如果 $AB=CD$，那么 $AC=BD$ 吗？

(2) 如果 $AC=BD$，那么 $AB=CD$ 吗？

（第 1 题）

2. 已知线段 $AB=8$ cm，在直线 AB 上画线段 BC，使它等于 3 cm. 求线段 AC 的长.

3. 我们已经学过关于直线的公理和关于线段的公理，举出应用这两个公理的实例.

读一读

长度单位

我国使用的国际单位制中，长度的基本单位是米（m），米的倍数单位有：

名称	千米 (km)	百米 (hm)	十米 (dam)	分米 (dm)	厘米 (cm)	毫米 (mm)
等量	1 000 米	100 米	10 米	$\frac{1}{10}$米	$\frac{1}{100}$米	$\frac{1}{1\,000}$米

工业上还常用更小的倍数单位，微米（μm）. 1 微米等于 $\frac{1}{1\,000\,000}$米，即$\frac{1}{1\,000}$毫米.

除国际单位制的长度单位外，还有其他长度单位.

海上航行有长度单位海里（1 海里＝1 852 米）.

天文学上，为了表示很远的距离，常用天文单位，就是地球到太阳的平均距离. 1 天文单位约等于 1.5 亿千米.

我国曾用市制长度单位，现在废除不用. 有市尺或尺（1 市尺＝$\frac{1}{3}$米），市丈或丈（1 市丈＝$\frac{10}{3}$米），市里或里（1 市里＝500 米）.

英美等国有用英制长度单位，我国也不再使用. 有英寸或吋（1 英寸＝2.54 厘米），英尺或呎（1 英尺＝12 英寸），英码或码（1 英码＝3 英尺），英里或哩（1 英里＝5 280 英尺）.

二　角

1.4　角

从圆规张开的两脚，钟表的时针和分针，我们得到角的形象（图 1-17）.

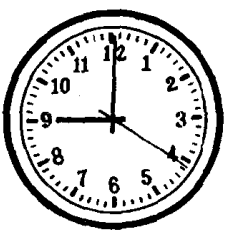


图　1-17

有公共端点的两条射线组成的图形叫做**角**. 这个公共端点叫做**角的顶点**，这两条射线叫做**角的边**. 如图 1-18 中，角的顶点是点 O，边是射线 OA、OB.

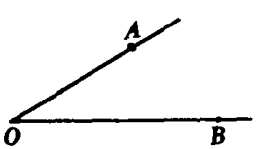


图　1-18

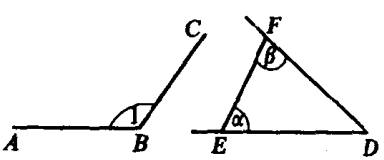


图　1-19

图 1-18 中的角记作$\angle AOB$，顶点 O 写在中间，每条边上的一点 A、B 写在两旁. 在$\angle AOB$ 的顶点处只有这一个角时，也可把它记作$\angle O$. 有时也可靠近顶点加上弧线，注上数字或希腊字母来记角. 如图 1-19 的$\angle ABC$ 记作$\angle 1$；$\angle DEF$ 记作$\angle\alpha$，$\angle DFE$ 记作$\angle\beta$.

钟摆从 OA 摆到 OB，形成一个角(图 1-20). 角可以看成是一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形. 射线旋转时经过的平面部分是角的内部.

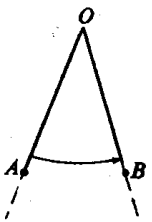


图 1-20

如图 1-21，射线 OA 绕点 O 旋转. 当终止位置 OC 和起始位置 OA 成一直线时，所成的角叫做**平角**；继续旋转，回到起始位置 OA 时，所成的角叫做**周角**.

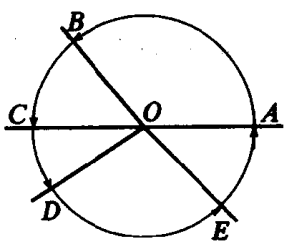
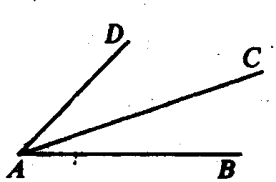


图 1-21

本书今后所说的角，除非特别注明，都是指还没有旋转到成为平角时所成的角.

练 习

1. 图中有几个角？分别用三个字母记出它们.



(第 1 题)

(第 2 题)

2. 指出图中以 E 为顶点的平角的两条边.

1.5 角的比较

把两块三角板如图 1-22 那样叠合在一起，就可以比较这两块三角板的两个角的大小.

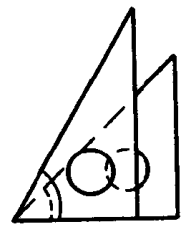


图 1-22

要比较两个角的大小，例如比较$\angle ABC$和$\angle DEF$的大小，也可以把它们叠合在一起进行比较.

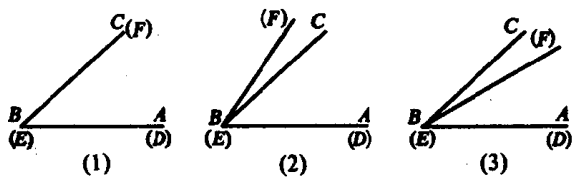


图 1-23

如图 1-23，把$\angle DEF$移动，使它的顶点 E 移到和$\angle ABC$的顶点 B 重合，一边 ED 和 BA 重合，另一边 EF 和 BC 落在 BA 的同旁. 如果 EF 和 BC 重合(图 1-23(1))，那么$\angle DEF$ 等于$\angle ABC$，记作$\angle DEF=\angle ABC$. 如果 EF 落在$\angle ABC$ 的外部(图 1-23(2))，那么$\angle DEF$ 大于$\angle ABC$，记作$\angle DEF>\angle ABC$，如果 EF 落在$\angle ABC$ 的内部(图 1-23(3))，那么$\angle DEF$ 小于$\angle ABC$，记作$\angle DEF<\angle ABC$.

我们在小学学过用量角器量一个角，实际上这就是看一个角和量角器上哪一个度数的角相等(图 1-24).

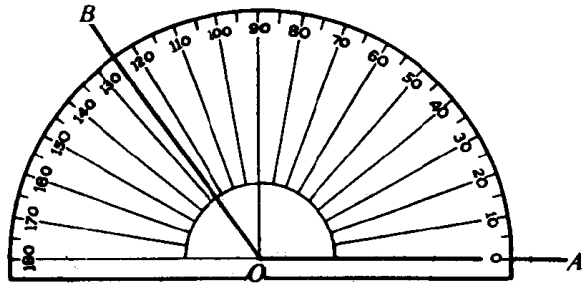
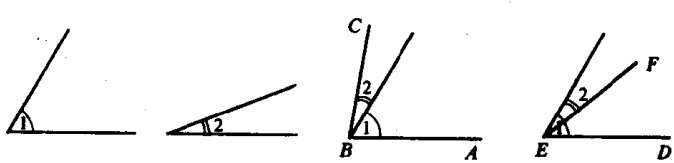


图 1-24

量出了角的度数，也就可按照度数比较角的大小.角的大小和它们度数的大小是一致的.

如图 1-25(1)，设有两个角∠1 和∠2(∠1>∠2).把∠2 移到∠1 上，使它们的顶点重合，一边重合. 当∠2 在∠1 的外部时(图 1-25(2))，它们的另一边所成的角(如∠ABC)是它们的和，记作∠ABC=∠1+∠2；当∠2 在∠1 的内部时(图 1-25(3))，它们的另一边所成的角(如∠DEF)是它们的差，记作∠DEF=∠1−∠2.



(1)　　(2)　　(3)

图 1-25

如果两个$\angle 1$的和是$\angle 2$，那么$\angle 2$是$\angle 1$的2倍，记作$\angle 2=2\angle 1$，$\angle 1$是$\angle 2$的$\frac{1}{2}$，记作$\angle 1=\frac{1}{2}\angle 2$，同样，有角的3倍和$\frac{1}{3}$，等等.

角的和、差、倍、分的度数等于它们的度数的和、差、倍、分.

如图1-26，一条射线(OC)把一个角($\angle AOB$)分成两个相等的角，这条射线叫做这个**角的平分线**. 这时有

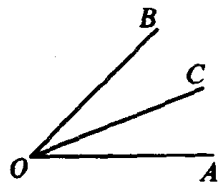


图 1-26

$$\angle AOB=2\angle AOC=2\angle COB,$$

$$\angle AOC=\angle COB=\frac{1}{2}\angle AOB.$$

同样，有角的两条三等分线，三条四等分线，等等.

练 习

1. (1) 一副三角板的六个角各是多少度？

   (2) 这六个角中，最大的多少度，最小的多少度？

2. 按图填空：

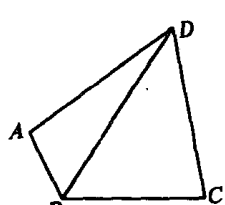
   (1) $\angle ABC=\angle ABD+\angle$____；

   (2) $\angle ADB=\angle ADC-\angle$____.

3. BD是$\angle ABC$的平分线，那么

   (1) $\angle ABD=\angle$____；

   (2) $\angle$____$=2\angle DBC$.



(第2题)

习 题 1.3

A 组

1. 阅读第 1.4 节、第 1.5 节课文，并对比第 1.3 节课文，思考下列问题：

   (1) 什么样的图形叫做角？

   (2) 怎样表示一个角？用三个字母表示角时，要注意什么？

   (3) 什么样的图形叫做平角，周角？

   (4) 比较两个角的大小，结果可能有哪几种情况？

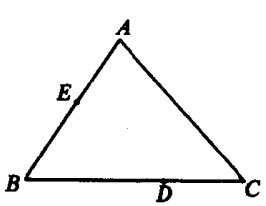
   (5) 什么是两角的和、差？什么是一个角的 2 倍？什么是一个角的$\frac{1}{2}$？

   (6) 什么是角的平分线？

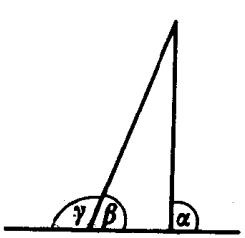
2. 如图，D、E 分别是 BC、BA 上的一点.

   (1) $\angle ABC$ 与$\angle DBE$ 是不是同一个角？

   (2) $\angle ABC$ 与$\angle ACB$ 是不是同一个角？



(第 2 题)



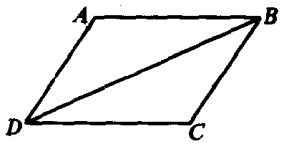
(第 3 题)

3. 利用量角器比较图中的三个角$\angle\alpha$、$\angle\beta$、$\angle\gamma$ 的大小，并按从小到大的顺序用“<”号把$\angle\alpha$、$\angle\beta$、$\angle\gamma$ 联结起来.

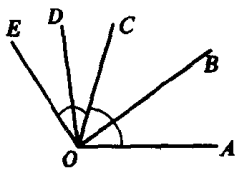
4. 按图填空：

（1）$\angle ABC$ 是 $\angle ABD$ 与 $\angle DBC$ 的____；

（2）$\angle BDC$ 是 $\angle ADC$ 与 $\angle ADB$ 的____.



（第 4 题）



（第 6 题）

5. 一个周角是一个平角的几倍？

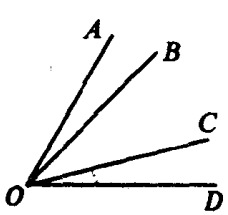
6. 图中，OB 是 $\angle AOC$ 的平分线，OD 是 $\angle COE$ 的平分线.

（1）如果 $\angle AOC=80°$，那么 $\angle BOC$ 是多少度？

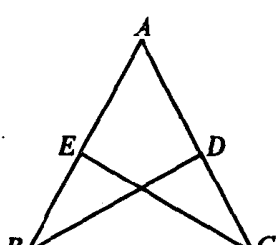
（2）如果 $\angle AOC=80°$，$\angle COE=50°$，那么 $\angle BOD$ 是多少度？

B 组

1. 图中，$\angle AOC$ 是哪两个角的和？$\angle BOD$ 是哪两个角的和？如果 $\angle AOB=\angle COD$，那么 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 相等吗？



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 图中，BD 和 CE 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线. 如果 $\angle DBC=\angle ECB$，那么 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 相等吗？

1.6 角的度量

我们用量角器量角. 量角的单位是度.

在量角器上看到，把一个平角 180 等分，每一份就是 1 度的角. 1 度记作 1°. 因此，1 平角＝180°.

1 个周角等于两个平角，所以 1 周角＝360°.

书本一页纸的两条相邻的边组成直角. 日常生活中经常见到直角. 把一个平角 2 等分，每一份就是一个直角. 就是说，平角的一半叫做**直角**. 因为 1 平角＝180°，所以 1 直角＝90°. 如图 1-27，OC 是平角 AOB 的平分线，$\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 都是直角. 我们常在直角的顶点处加上“┐”标志，表示这个角是直角.

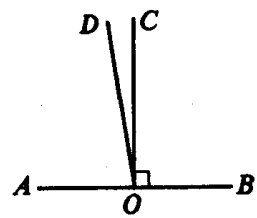


图 1-27

1 周角＝2 平角＝4 直角＝360°，

1 平角＝2 直角＝180°，

1 直角＝90°.

小于直角的角叫做**锐角**，大于直角而小于平角的角叫做**钝角**. 如图 1-27，$\angle AOD$ 小于直角（$\angle AOC$），$\angle AOD$ 是锐角；$\angle BOD$ 大于直角（$\angle BOC$）而小于平角（$\angle BOA$），$\angle BOD$ 是钝角.

小于平角的角可以按照大小分成三类：锐角、直角和钝角.

为了更精密地度量角，我们把1°的角60等分，每一份叫做1**分**的角，1分记作1′；又把1′的角60等分，每一份叫做1**秒**的角，1秒记作1″.

$$1°=60′,\qquad 1′=60″.$$

$\angle\alpha$ 的度数是48度56分37秒，记作 $\angle\alpha=48°56′37″$.

角的度、分、秒是60进制的，这和计量时间的时、分、秒是一样的.

例1 如图1-28，O 是直线 AB 上的一点，$\angle AOC=53°17′$，求 $\angle BOC$ 的度数.

分析：AB 是直线，$\angle AOB$ 是什么角？是多少度？（是平角，是180°.）$\angle BOC$、$\angle AOB$、$\angle AOC$ 之间有什么关系？（$\angle BOC$ 是 $\angle AOB$ 与 $\angle AOC$ 的差.）$\angle BOC$ 的度数就是 $\angle AOB$ 与 $\angle AOC$ 的度数的差.

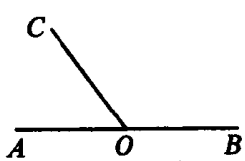


图 1-28

解：$\angle BOC=\angle AOB-\angle AOC$

$=180°-53°17′$

$=126°43′$.

答：$\angle BOC=126°43′$.

注意 本题中借来1°，应化作60′. 就是说，$180°-53°17′=179°60′-53°17′=126°43′$.

例 2 把 1 个周角 7 等分，每份是多少度的角（精确到分）？

解：$360°\div 7\approx 51°26'$.

答：每份是 $51°26'$ 的角.

注意 除法过程中，要注意度分秒是六十进制的. 要把度的余数乘以 60 化成分，继续除得精确到分的近似值. 本题的除法过程如下：

$$\begin{aligned}360°\div 7 &=51°+3°\div 7\\ &=51°+180'\div 7\\ &\approx 51°26'.\end{aligned}$$

练 习

1. 举出教室中看到的直角的例子.
2. $\angle\alpha=90°3'$，$\angle\beta=89°58'$，哪个是锐角？哪个是钝角？
3. 计算：
   (1) $48°39'+67°41'$；
   (2) $90°-78°19'40''$.
4. 计算：
   (1) $22°30'\times 8$；
   (2) $21°17'\times 5$；
   (3) $176°52'\div 3$（精确到分）.

如果两个角的和是一个平角，那么这两个角叫做**互为补角**，也就是说其中一个角是另一个角的补角．如图 1-29，∠1、∠2 的和是 180°，它们互为补角．

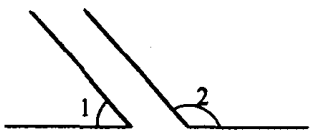


图 1-29

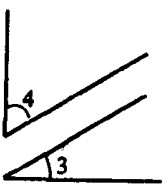


图 1-30

同样，如果两个角的和是一个直角，那么这两个角叫做**互为余角**，也就是说其中一个角是另一个角的余角．如图 1-30 中，如果∠3＝30°，∠4＝60°，那么它们互为余角．

例 3 一个角的补角是它的 3 倍，求这个角．

解：设这个角是 $x°$，那么它的补角是 $(180-x)°$．

根据题意，有 $180-x=3x$ ①

$180=4x$， ②

$x=45$． ③

答：这个角是 45°．

注意 例 3 中由①式到②式，②式到③式，根据的是代数中等式的性质．等式的性质也适用于几何中的量，如长度、角度，等等．就是说，在等式的两边加上或减去相同或相等的量，仍得等式；等式的两边乘以或除以同一个数（除数不能是零），仍得等式．

例 4 如图 1-31，∠1 与∠2 互补，∠3 与∠4 互补．如果∠1＝∠3，那么∠2 与∠4 相等吗？为什么？

分析：由∠1 与∠2 互补，可得∠2＝180°－∠1，由∠3 与∠4 互补，可得∠4＝180°－∠3．

答：∠2 和∠4 相等．

这是因为∠1＝∠3，所以根据等式的性质，有 180°－∠1＝180°－∠3，这就是∠2＝∠4．

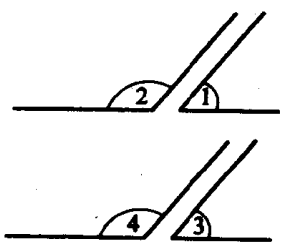


图 1-31

从例 4 可以得到关于补角的一个性质：

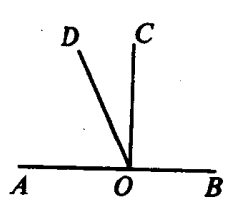
同角或等角的补角相等．

同样有关于余角的性质：

同角或等角的余角相等．

练　习

1. 一个角是 70°39′，计算它的补角和余角．
2. 图中，O 是直线 AB 上一点，OC 是∠AOB 的平分线．
   （1）写出∠AOD 的补角；
   （2）写出∠AOD 的余角；
   （3）写出∠BOD 的补角．
3. 一个角是它的补角的 3 倍，求这个角．



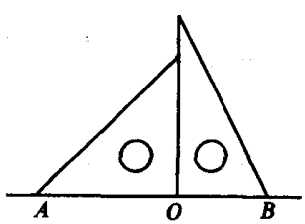
（第 2 题）

习 题 1.4

A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：
   (1) 什么是角？量角的单位是什么？
   (2) 什么是 1 度的角？
   (3) 什么是直角？什么是锐角、钝角？
   (4) 什么是 1 分的角，1 秒的角？
   (5) 怎样的两个角互为补角？怎样的两个角互为余角？
   (6) 关于同角或等角的补角，有什么性质？
   (7) 关于同角或等角的余角，有什么性质？

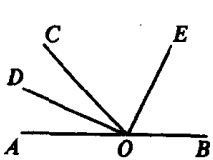
2. 每一块三角板的最大的角是直角. 把一副三角板如图拼起来，它们的一边 OA 和 OB 是不是成一直线？为什么？



(第 2 题)

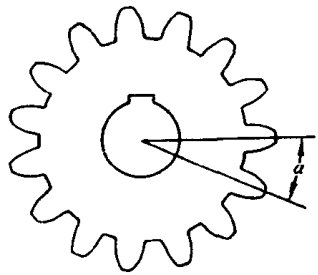
3. 已知$\angle\alpha$是直角，$\angle\beta$是钝角，$\angle\gamma$是锐角，哪个角最大？哪个角最小？

4. 如图，O 是直线 AB 上一点，OD、OE 分别是$\angle AOC$、$\angle COB$ 的平分线.
   设$\angle AOC=46°32'$，计算：
   (1) $\angle COB$；
   (2) $\angle DOC$；
   (3) $\angle COE$；
   (4) $\angle DOE$.
   设$\angle AOC=79°18'$，再试一试.



(第 4 题)

5. 一个齿轮有 15 个齿，每相邻两齿中心线间的夹角都相等，那么这个夹角是多少度呢？齿数换成 22，其他条件相同，这个夹角又是多少度呢？（精确到分）



（第 5 题）

6. （1）$(25\frac{1}{4})°$是多少度多少分？

（2）36.8°是多少度多少分？

7. （1）锐角的补角一定是钝角吗？

（2）一个锐角和一个钝角，一定互为补角吗？

（3）互补的两角能不能都是钝角？

（4）互余且相等的两角，各是多少度？

8. 一个角的补角比这个角的余角大多少度？

B 组

1. （1）将一个周角 n 等分，每份是 45°，n 等于几？

（2）将一个平角 n 等分，每份是 15°，n 等于几？

2. 图中$\angle AOC$、$\angle BOD$ 都是直角，$\angle COD=38°$，求$\angle AOB$.

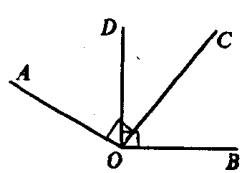
3. 按照第 2 题的图填空：

因为$\angle AOC=\angle BOD$，

所以$\angle AOC-\angle$____

$=\angle BOD-\angle$____，

就是$\angle AOD=\angle BOC$.



（第 2 题）

1.7 角的画法

画一个角等于已知角，可以利用量角器量出已知角的度数，再画一个等于这个度数的角.

画直角，或30°、45°、60°的角，可以直接利用三角板来画.

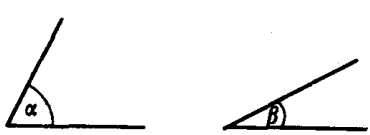
画两个角的和、差，或一个角的几倍、几分之一，可以利用量角器，量出已知角的度数，计算出它们的和、差、几倍、几分之一，再按照结果所得的度数画角. 角的和、差，也可按图1-25的方法来画.

例1 如图1-32（1），已知$\angle\alpha$，画出它的余角.

画法：1. 量得$\angle\alpha=63°$；

2. 画$\angle\beta=90°-63°=27°$（图1-32（2））.

$\angle\beta$就是所要画的角.



(1)　　(2)

图 1-32

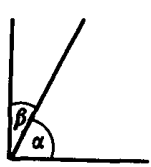


图 1-33

本题也可有下列画法.

画法：利用三角板，以$\angle\alpha$的顶点为顶点，一边为一边，画直角，使$\angle\alpha$的另一边在直角的内部（图1-33）. $\angle\beta$就是所要画的角.

例 2 利用三角板，画 105°的角.

分析：设法用 30°、45°、60°、90°或 180°角的和差组成 105°的角，可得 60°＋45°＝105°.

画法：1. 利用三角板，画 $\angle AOB=60°$（图 1-34）.

2. 在$\angle AOB$ 的外部. 再画$\angle BOC=45°$.

$\angle AOC$ 就是所要画的角.

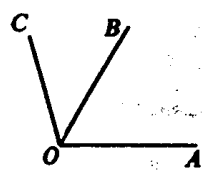


图 1-34

练 习

1. 已知$\angle\alpha$，画出它的补角.
2. 利用三角板，画：（1）75°的角；（2）15°的角.
3. 画 60°的角，并把它三等分.

例 3 画本书开头的五角星.

提示：中心到各顶点的距离都相等，以中心为端点经过各顶点的射线，每相邻两条射线所成的角都相等.

画法：1. 任画一个圆（图 1-35）.

2. 以圆心为顶点，连续画 360°÷5＝72°的角. 角的边与圆相交于 5 点.

3. 连结每隔一点的两点，擦去多余的虚线，得五角星.

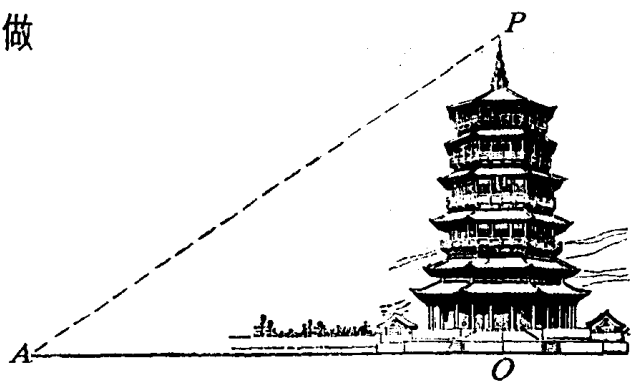
图 1-35

练　习

1. 画出各边长都是 4cm 的正方形（各角都是直角）.

2. 画出第 6 页“读一读”中第一排第一个图案（大小不限）.

做 一 做



如图，古塔直立在地面上，塔的中心线 OP 与地面上的射线 OA 成直角. 在地面上选取与点 O 相距 50 米的点 A，测得 $\angle OAP=30°$.

用 1 厘米代表 10 米（即 1∶1 000 的比例尺），画线段 AO，再画射线 AP、OP，使 $\angle PAO=30°$，$\angle POA=90°$. AP、OP 相交于 P. 量 PO 的长（精确到 1 毫米），再按比例尺换算出古塔的高.

上面我们通过画出图形，求得了塔的近似高度. 用这种方法可以直接或间接求得某些长度、角度，等等的近似值. 这种图解方法在实际中经常用到.

习 题 1.5

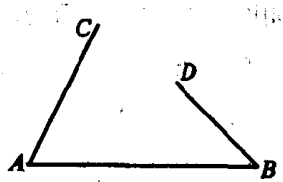
A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：

   (1) 怎样利用量角器，画出两个角的和、差，一个角的几倍、几分之一？

   (2) 怎样利用三角板，画出一些特殊的角？

2. 利用三角板，如图画出$\angle A=60°$，$\angle B=45°$，再量出 AC 与 BD 相交所成的角的度数.



(第 2 题)

3. 利用三角板，画出 135°的角.

4. 如图，OA 是表示北偏东 30°方向的一条射线. 仿照这条射线画出表示下列方向的射线：

   (1) 北偏东 50°；

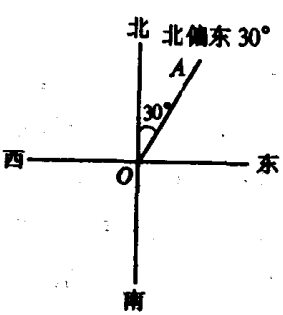
   (2) 北偏西 60°；

   (3) 南偏西 10°；

   (4) 南偏东 25°；

   (5) 东北方向 (即北偏东 45°)；

   (6) 西南方向 (即南偏西 45°).



(第 4 题)

5. 任意画一个钝角，再把它 4 等分.

6. 已知$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ ($\angle 1>\angle 2>\angle 3$).

画出：

(1) $\angle 1+\angle 2$；

(2) $\angle 2-\angle 3$；

(3) $\angle 1+2\angle 2-\angle 3$.

(第 6 题)

7. 画出长 8 cm，宽 6 cm 的长方形（各角都是直角），并且量出它的相对两个顶点的距离（精确到 1 mm）.

8. 画出第 6 页“读一读”中第一排第二个图案（大小不限）.

9. 如图，A、B 两地隔着湖水. 从 C 地测得 $CA=50$ m，$CB=60$ m，$\angle ACB=145°$. 用 1 厘米代表 10 米（就是 1∶1 000 的比例尺）画出如图的图形. 量出 AB 的长（精确到 1 毫米），再换算出 A、B 间的实际距离.

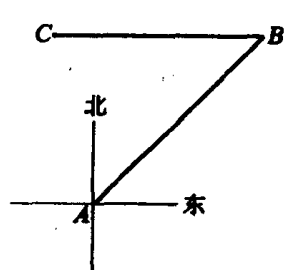
(第 9 题)

B 组

1. 任意画两条相交直线. 再画出所成的 4 个角的平分线. 量出相邻两条平分线所成的角.

2. 画出第 6 页“读一读”中第一排第三个图案（大小不限）.

3. 小宁从 A 地向东北方向走 62 米到 B 地，再从 B 地向西走 56 米到 C 地. 这时她离 A 地多少米？在 A 地的北偏西多少度？



(第 3 题)

小结与复习

本章主要研究有关线段和角的概念、性质、画法和计算.

一、内容提要

1. 关于直线的公理：过两点有且只有一条直线（两条直线相交的意义）.

2. 射线、线段都是直线的一部分，它们的区别（端点个数、延伸性）.

3. 线段的大小比较，线段的和、差、几倍、几分之一（线段的中点的意义）.

关于线段的公理：两点之间，线段最短（两点的距离的意义）.

线段的画法（用圆规，用度量方法）.

4. 角的形成. 角的大小比较，角的和、差、几倍、几分之一（角的平分线的意义）.

角的度量：周角、平角、直角、度、分、秒.

小于平角的角的分类：锐角、直角、钝角.

互为补角、互为余角的意义，性质：同角或等角的补角相等，同角或等角的余角相等.

角的画法.

二、学习要求

1. 了解几何图形、几何体、面、线、点等概念，了解几何的研究对象.

2. 掌握有关直线、线段的公理，了解直线、射线、线段的区别，理解线段的中点、两点间的距离的概念. 会比较线段的大小，会画线段的和、差、几倍、几分之一，会画线段的中点.

3. 理解角、周角、平角、直角、钝角、锐角的概念，掌握角平分线的概念，会将小于平角的角进行分类. 会比较角的大小，会画角的和、差、几倍、几分之一，会画角平分线.

4. 理解互为补角、互为余角的角的概念，理解它们的性质. 掌握度、分、秒的换算.

5. 掌握几何图形的表示法，会用符号表示学过的几何图形；能看懂学过的几何语句，根据学过的几何语句准确地画出图形；会用学过的语句描述简单的几何图形.

三、需要注意的几个问题

1. 学习中要注意观察实物、模型和几何图形，结合图形理解和掌握几何知识，同时，要注意学习如何画出整洁、美观的图形.

2. 要认真阅读课文，注意课文中有关词语的用法，如“有且只有”等，逐步培养自己认真阅读课文的习惯.

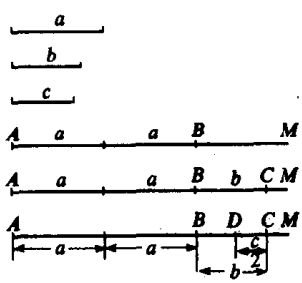
复习题一

A 组

1. 关于直线有什么公理？
2. 射线有几个端点？线段有几个端点？
3. 如图，四个点 A、B、C、D 在一条直线上，图中有几条线段？是哪几条？

（第 3 题）

4. （1）关于线段有什么公理？
   （2）已知线段 $AB=10$ cm，点 C 是任意一点，那么线段 AC 与 BC 的和最少是多少？
5. （1）什么是两点的距离？　（2）什么是线段的中点？
6. 线段 AB 长 8 cm.
   （1）延长线段 AB 到 C，使 $BC=4$ cm. AC 是 BC 的几倍？
   （2）延长线段 BA 到 D，使 $BD=18$ cm. AD 是 BD 的几分之几？
7. 看图填空：
   已知线段 a、b、c（$b>\frac{c}{2}$），画线段等于 $2a+b-\frac{c}{2}$.
   画法：1. 画射线 AM.
   2. 在 AM 上画 AB ＝____.
   3. 在 AB 的延长线上画____＝b.



（第 7 题）

4. 在线段 BC 上画 $CD=$____. ____就是所要画的线段.

8. 图中有几个角？是哪几个？其中哪个角最大？

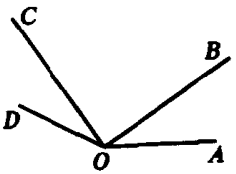
9. 按第 8 题的图填空：

(1) $\angle AOC=\angle AOB+\angle$____；

(2) $\angle BOD=\angle COD+\angle$____；

(3) $\angle AOC=\angle AOD-\angle$____；

(4) $\angle BOD=\angle AOD-\angle$____.



(第 8 题)

10. (1) 小于平角的角，可以按照大小分成哪三类？

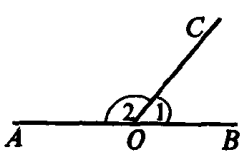
(2) 锐角、直角、钝角的补角，各是什么样的角？

11. 射线 OC 将平角 AOB 分成$\angle 1$和$\angle 2$两个角. 当$\angle 1$是什么角时，

(1) $\angle 1<\angle 2$；

(2) $\angle 1=\angle 2$；

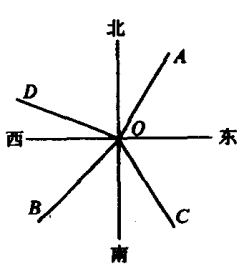
(3) $\angle 1>\angle 2$.



(第 11 题)

12. 钟表中 8 时，分针、时针成多少度的角？8 时 30 分呢？

(第 12 题)



(第 13 题)

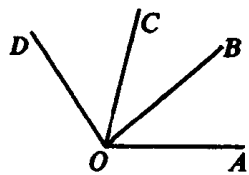
13. 按图量角，填出方向：

（1）OA（北偏____）；　　（2）OB（南偏____）；

（3）OC（南偏____）；　　（4）OD（北偏____）.

14. （1）什么是角的平分线？

（2）一个平角，分成三等分，求两旁两个角的平分线所成的角的度数.



（第 15 题）

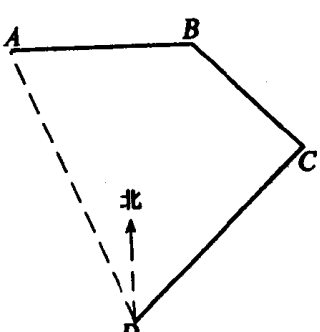
15. 已知$\angle AOC=\angle BOD=78°$，$\angle BOC=35°$，求$\angle AOD$.

16. （1）两角互余，其中一个角是另一个角的 2 倍，求这两个角；

（2）三个角的和是 180°，其中两个角相等，每个角都是第三个角的 2 倍，求这三个角的度数.

17. 画$\angle A=50°$，在它的两边上分别截取 $AB=36$ mm，$AC=30$ mm. 连结 BC. 量 BC 的长及$\angle B$、$\angle C$ 的度数，再计算$\angle A+\angle B+\angle C$.

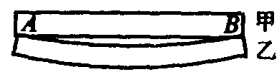
18. 测量员沿着一块地的周围测绘. 从 A 向东走 600 米到 B，再从 B 向东南（$\angle ABC=135°$）走 500 米到 C，再从 C 向西南（$\angle BCD=90°$）走 800 米到 D. 用 1 厘米代表 100 米画图，求 DA 的长（精确到 10 米）和 DA 的方向（精确到 1°）.



（第 18 题）

B 组

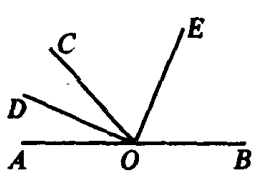
1. 将甲、乙两尺如图那样拼在一起，两端重合．如果甲尺经校定为直的，那么乙尺可能是直的吗？为什么？



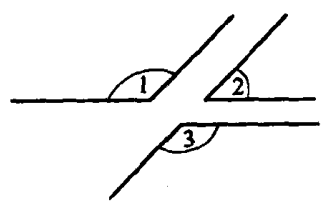
（第 1 题）

2. 在一条直线上，依次有点 A、B、C、D．如果 B 是线段 AC 的中点，C 是线段 BD 的中点，那么 AB 和 CD 是不是相等？

3. O 是直线 AB 上的点．OD 是 $\angle AOC$ 的平分线，OE 是 $\angle COB$ 的平分线．求 $\angle DOE$ 的度数．



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补．那么 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是不是相等？根据的是什么性质？

5. 仿照第 6 页“读一读”第二排第二图，自己设计图案．

自我测验一

（满分 100 分，时间 45 分）

1. （每空 5 分，共 25 分）填空：

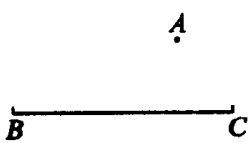
(1) 一条线段有____个端点.

(2) 两角的和是一个平角，这两角互为____角.

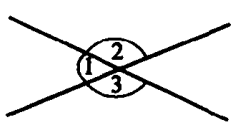
(3) 过两点有且____一条直线.

(4) 如图，A 是线段 BC 外的一点，那么 BC ____ $AB+AC$（用“$>$”或“$<$”填空）.

(5) 如图，$\angle 2$、$\angle 3$ 都是 $\angle 1$ 的补角，那么根据____，有 $\angle 2=\angle 3$.



（第 1 (4) 题）



（第 1 (5) 题）

2. （每小题 5 分，共 25 分）判断下列语句是否正确，正确的打“$\surd$”，不正确的打“$\times$”：

(1) 周角的一半叫做直角. （ ）

(2) B 是线段 AC 的中点，那么有 $BC=\frac{1}{2}AC$. （ ）

(3) 直线上的一点和它一旁的部分叫做射线. （ ）

(4) 小于平角的角叫做锐角. （ ）

(5) 一条射线把一个角分成两个角，这条射线叫做这个角的平分线. （ ）

3. （每小题 10 分，共 30 分）计算：

（1）已知$\angle\alpha=36°42'15''$，求$\angle\alpha$的余角的度数.

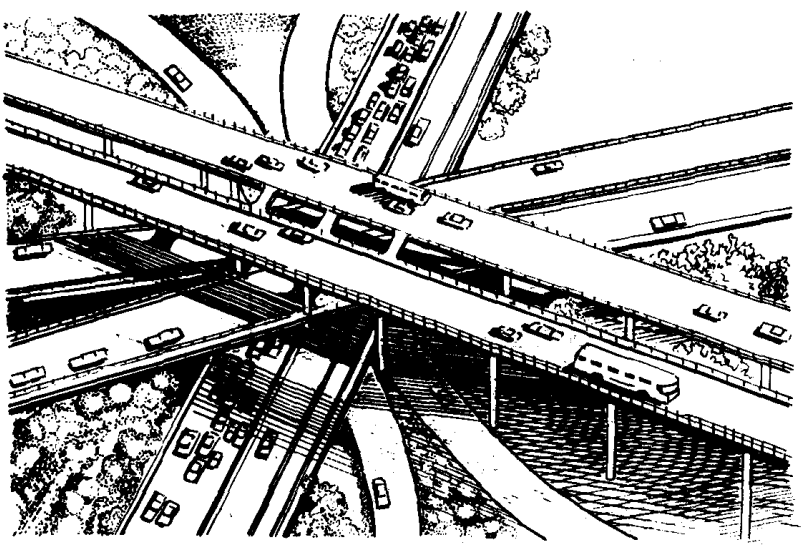
（2）如图，已知线段 $AD=6$ cm，线段 $AC=BD=4$ cm，E、F 分别是线段 AB、CD 的中点，求 EF.

（第 3（2）题）

（3）已知$\angle1$的补角等于$\angle1$的 5 倍，求$\angle1$.

4. （20 分）画$\angle AOB=50°$. 在它的两边上，分别取 $OA=48$ mm，$OB=60$ mm. 连结 AB. 画$\angle AOB$的平分线，与 AB 相交于 C. 量出 AC 和 BC 的长（精确到 1 mm）.

第二章　相交线、平行线



在上图纵横交错的道路中，有些是相交的，有些是平行的．相交线、平行线都有许多重要性质，并且在生产和生活中有广泛应用．这一章，我们将在前一章的基础上，进一步研究直线之间的这些位置关系，同时还要介绍一些有关推理证明的常识，为后面的学习做些准备．

一　相交线、垂线

2.1　相交线、对顶角

取两根木条 a、b，用钉子将它们钉在一起，并且能随意张开，这样就得到一个相交直线的模型（图 2-1）．固定木条 a，绕钉子转动 b，可以看到，b 的位置变化了，a、b 所成的角 α 也随着发生变化．这说明两条直线相交的不同情况，与它们的交角大小有关．

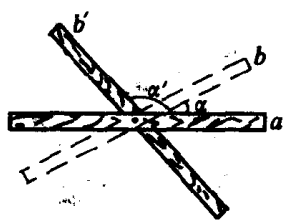


图　2-1

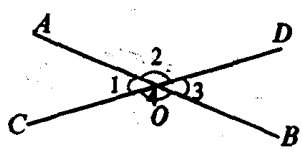


图　2-2

两条直线相交得到四个角．这些角有一个公共顶点，其中有些有公共边，有些没有公共边．

在图 2-2 中，$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是直线 AB、CD 相交得到的，它们有一个公共顶点 O，没有公共边，像这样的两个角叫做**对顶角**．$\angle 2$ 与 $\angle 4$ 也是对顶角．

图 2-2 中的 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 也是直线 AB、CD 相交得到的，它们不仅有一个公共顶点 O，还有一条公共边 OA，像这样的两个角叫做**邻补角**．$\angle 2$ 与 $\angle 3$，$\angle 1$ 与 $\angle 4$，$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 也是邻补角．

邻补角也可以看成是，一条直线与端点在这条直线上的一条射线组成的两个角（图 2-3）．由此可知，邻补角是有特殊位置关系的两个互补的角．

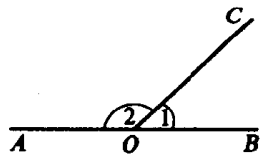


图 2-3

下面，我们来研究对顶角之间的关系．

看图 2-2．∠1 与∠2 互补，∠3 与∠2 也互补，就是说，∠1 与∠3 同是∠2 的补角．由“同角的补角相等”，可以得出∠1＝∠3．同样可以得出∠2＝∠4．

这样，我们得到对顶角的一个重要性质：

对顶角相等．

上面推得“对顶角相等”这个结论的过程，可以写成下面形式：

∵ ∠1 与∠2 互补，∠3 与∠2 互补（邻补角的定义），

∴ ∠1＝∠3（同角的补角相等）．

例 已知：直线 a、b 相交，∠1＝40°（图 2-4）．求∠2、∠3、∠4 的度数．

解：∠3＝∠1＝40°（对顶角相等）．

∠2 ＝ 180°－ 40°＝ 140°（补角定义）．

∠4＝∠2＝140°（对顶角相等）．

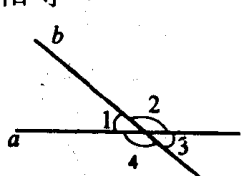
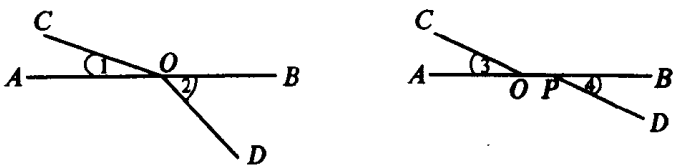


图 2-4

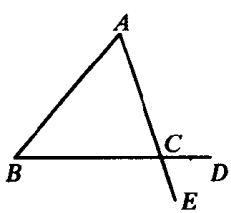
练　习

1. 图中 AB 是一条直线，O、P 是 AB 上的点．$\angle 1$ 与 $\angle 2$，$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是对顶角吗？为什么？

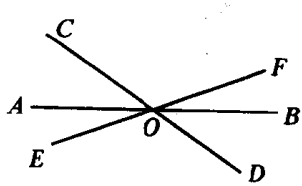


（第 1 题）

2. 如图，已知直线 AE、BD 相交于点 C．图中哪些角是对顶角？哪些角是邻补角？



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，AB、CD、EF 是经过点 O 的三条直线，说出 $\angle AOC$、$\angle FOB$ 的对顶角，$\angle AOF$ 的邻补角．

4. 两条直线相交得四个角，其中一个角是 90°，其余各角是多少度？为什么？

想一想

在上面练习第 3 题的图中，找出所有的对顶角．按怎样的方法找，才能做到不重不漏？

2.2 垂线

在相交线的模型中，转动木条 b 到 b'，使 b' 与 a 所成的角中，有一个是 90°（图 2-5）. 在小学里我们已经学过，这时 b' 与 a 是垂直的. 可见，垂直是两条直线相交的特殊情况.

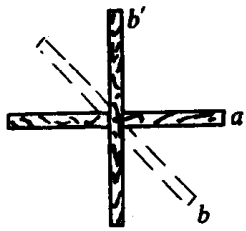


图 2-5

当两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角时，就说这**两条直线互相垂直**，其中的一条直线叫做另一条直线的**垂线**，它们的交点叫做**垂足**.

在生产和日常生活中，两条直线互相垂直的情形是很常见的. 例如，图 2-6 中十字路口的两条道路，方格本的横线和竖线，铅垂线和水平线等，都是互相垂直的.

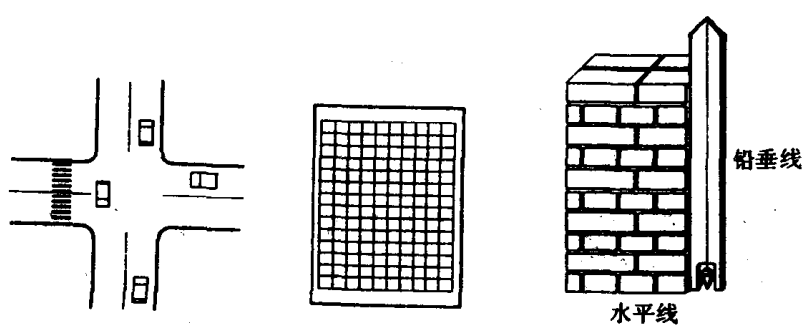
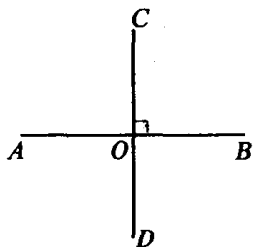


图 2-6

直线 AB、CD 互相垂直，记作“$AB\perp CD$”（或 $CD\perp AB$），读作“AB 垂直于 CD”. 如果垂足是 O，记作“$AB\perp CD$，垂足为 O”（图 2-7）.



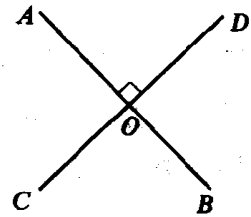


图 2-7

如图 2-7，根据两条直线互相垂直的定义，可以知道，如果直线 AB、CD 相交于点 O，$\angle AOC=90°$（或其他三个角中的一个角等于 90°），那么 $AB\perp CD$. 这个推理过程可以写成下面形式：

$\because$ $\angle AOC=90°$（已知），

$\therefore$ $AB\perp CD$（垂直的定义）.

反过来，如果 $AB\perp CD$，那么所得的四个角中，必有一个是直角. 这个推理过程可以写成：

$\because$ $AB\perp CD$（已知），

$\therefore$ $\angle AOC=90°$（垂直的定义）.

因为两条直线相交所得的四个角中，如果有一个是直角，那么可推出其他三个角也都是直角，因此上面的推理中，也可写成：$\therefore\angle COB=90°$，或$\angle BOD=90°$，或$\angle DOA=90°$.

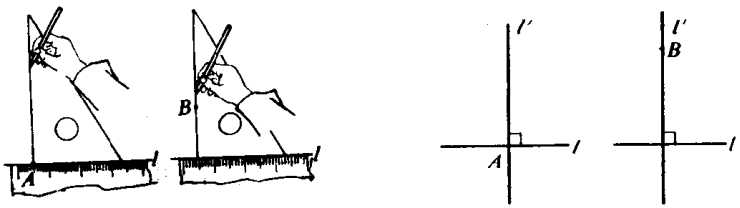


图 2-8

在小学里我们学过，经过直线 l 上一点 A，或者经过直线 l 外一点 B，能够利用三角板，如图 2-8 那样画直线 l 的一条垂线 l'.

通过画图可以知道，过一点（不论点在直线上还是在直线外），能够画一条直线的垂线，而且只能够画出一条. 这是垂线的一个性质：

过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

画一条线段或射线的垂线，就是画它们所在直线的垂线. 如图 2-9，过点 P 画线段 AB 的垂线时，需要先延长线段 AB，这时，垂足在 AB 的延长线上.

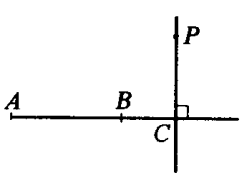


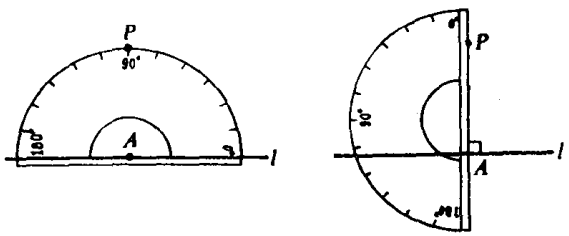
图 2-9

练 习

1. 当两条直线相交，所成的四个角都相等时，这两条直线有什么样的关系？为什么？

2. 过线段 AB 的中点 O，画直线 $MN \perp AB$，在 MN 上任取一点 C，连结 CA、CB. 画图并比较 CA、CB 的大小.

3. 经过直线 l 上一点 A，画 l 的垂线，也可以如图那样用量角器来画．根据画图说明，为什么 $AP \perp l$.



（第 3 题）

下面，我们来看垂线的另一个性质．

如图 2-10，设点 P 是直线 l 外一点，$PO \perp l$，垂足为 O，线段 PO 叫做点 P 到直线 l 的**垂线段**．过点 P 画直线 PA、PB、…，交 l 于点 A、B、…．因为过点 P 只有一条直线垂直于 l，所以直线 PA、PB、…都不与 l 垂直．

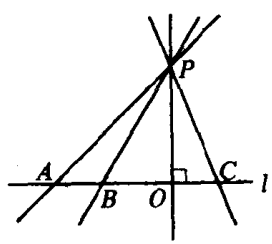


图 2-10

用圆规（或刻度尺）比较垂线段 PO 与线段 PA、PB、…的大小，可以发现垂线的另一个性质：

直线外一点与直线上各点连结的所有线段中，垂线段最短．

这句话可以简单说成：**垂线段最短**．

从直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做**点到直线的距离**．

图 2-10 中，PO 的长度是点 P 到直线 l 的距离，其余各线段 PA、PB 等的长度都不是点 P 到 l 的距离.

想一想，体育课上怎样测量同学们的跳远成绩？如图 2-11，跳远成绩应是落在沙坑中的脚印上 P 点到起跳线 l 的距离，也就是垂线段 PA 的长. 因此，测量时一定要使皮尺与起跳线垂直.

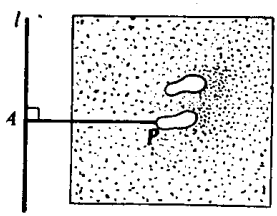
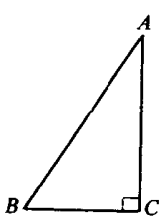


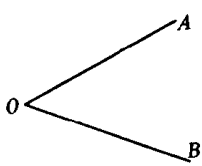
图 2-11

练 习

1. 图中的三角形中，$\angle C=90°$. 哪条边最长？为什么？



（第 1 题）



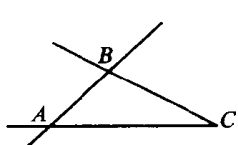
（第 2 题）

2. 画 $\angle AOB$ 的平分线 OC，在 OC 上取一点 P，比较点 P 到 OA、OB 的距离的大小.

3. 量出图中下列距离（精确到 0.1 cm）：

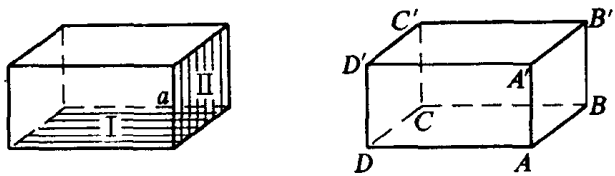
(1) 点 B 到直线 AC 的距离；

(2) 点 A 到直线 BC 的距离.



（第 3 题）

前面，我们学过在平面内直线与直线垂直的情况，实际上，空间里也有垂直的情况．例如，在长方体的模型（图 2-12（1））中，棱 a 与面 Ⅰ、面 Ⅰ 与面 Ⅱ 也是垂直关系．这种垂直关系，就是空间里直线与平面、平面与平面的垂直关系．



（1）　　（2）

图　2-12

在什么情况下，直线与平面、平面与平面互相垂直呢？我们观察一个长方体．为了便于说明，在它的顶点处标上字母（图 2-12（2））．

先观察图 2-12（2）中棱 $A'A$ 与面 $ABCD$ 的关系．我们知道，$A'A \perp AB$，$A'A \perp AD$，而 AB、AD 是面 $ABCD$ 内两条相交的棱．像这样，一条棱垂直于一个面内两条相交的棱，这条棱与这个面就互相垂直．

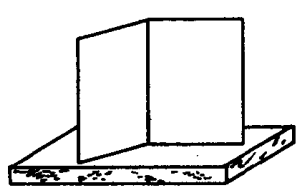
再看面 $A'ABB'$ 与面 $ABCD$．棱 $A'A$ 垂直于面 $ABCD$，而面 $A'ABB'$ 经过棱 $A'A$，像这样，一个面经过另一个面的一条垂直的棱，这两个面就互相垂直．

例 在长方体（图 2-12）中，棱 AB 与哪个面垂直？哪些棱与面 $A'B'C'D'$ 垂直？面 $A'ABB'$ 与哪些面垂直？哪些面与面 $A'D'DA$ 垂直？

答：棱 AB 与面 $B'C'CB$、面 $A'D'DA$ 垂直；棱 $A'A$、棱 $B'B$、棱 $C'C$、棱 $D'D$ 与面 $A'B'C'D'$ 垂直；面 $A'ABB'$ 与面 $A'D'DA$、面 $ABCD$、面 $B'C'CB$、面 $A'B'C'D'$ 垂直；面 $A'B'C'D'$、面 $A'ABB'$、面 $ABCD$、面 $C'D'DC$ 垂直于面 $A'D'DA$.

练　习

1. 观察教室里墙面与地面的一条交线，它与哪个墙面垂直？
2. 把一张长方形的硬纸对折后，再张开一个角度，像图那样立在桌面上，折痕与桌面垂直吗？



（第 2 题）

3. 观察教室里的课桌腿与地面的关系，它们垂直吗？用两块大三角板量一下，你的判断是否正确？
4. 观察长方体一个顶点处的三条棱和三个面，它们之间有哪些垂直关系？

2.3 同位角、内错角、同旁内角

现在，我们进一步研究一条直线分别与两条直线相交的情形.

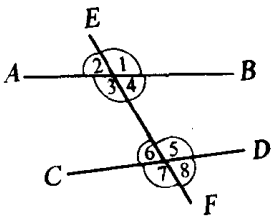


图 2-13

如图 2-13. 直线 AB、CD 与 EF 相交(或者说两条直线 AB、CD 被第三条直线 EF 所截)，构成 8 个角. 我们来看那些没有公共顶点的两个角的关系.

先看图中∠1 与∠5. 这两个角分别在直线 AB、CD 的上方，并且都在直线 EF 的右侧，像这样位置相同的一对角叫做**同位角**. ∠2 与∠6，∠3 与∠7，∠4 与∠8 也是同位角.

再看∠3 与∠5. 这两个角都在直线 AB、CD 之间，并且∠3 在直线 EF 左侧，∠5 在直线 EF 右侧，像这样的一对角叫做**内错角**. 同样，∠4 与∠6 也是内错角.

图中∠3 和∠6 也在直线 AB、CD 之间，但它们在直线 EF 的同一旁，像这样的一对角叫做**同旁内角**. ∠4 与∠5 也是同旁内角.

例 如图 2-14，直线 DE、BC 被直线 AB 所截.

(1) ∠1 与∠2、∠1 与∠3、∠1 与∠4 各是什么角?

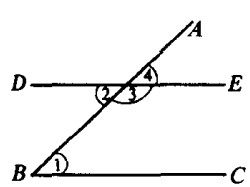


图 2-14

(2) 如果∠1=∠4，那么∠1 和∠2 相等吗？∠1 和∠3 互补吗？为什么？

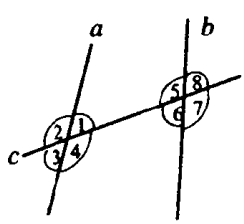
答：(1) ∠1 和∠2 是内错角；∠1 和∠3 是同旁内角；∠1 和∠4 是同位角.

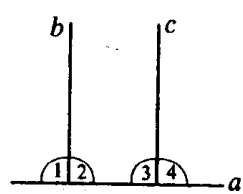
(2) 如果∠1=∠4，由对顶角相等，得∠2=∠4. 那么∠1=∠2.

因为∠4 与∠3 互补，即∠4+∠3=180°，又因为∠1=∠4，所以∠1+∠3=180°，即∠1 与∠3 互补.

练 习

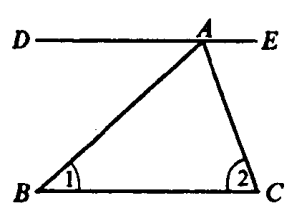
1. 找出下列各图中所有的同位角、内错角、同旁内角.





(第 1 题)

2. 图中，∠1 与哪个角是内错角？∠1 与哪个角是同旁内角？∠2 与哪个角是内错角？∠2 与哪个角是同旁内角？它们分别是由哪两条直线被哪一条直线截成的？



(第 2 题)

习 题 2.1

A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：

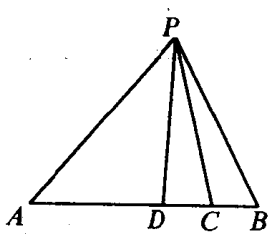
(1) 画图说明什么样的两个角是对顶角，什么样的两个角是邻补角.

(2) 对顶角有什么性质？这个性质是怎样推出来的？

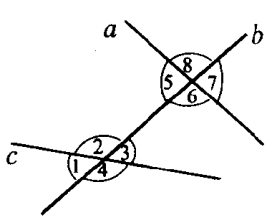
(3) 什么样的两条直线互相垂直？相交的两条直线都垂直吗？

(4) 垂线有哪些性质？

(5) 什么叫点到直线的距离？已知图中 $PD<PC<PB<PA$，能说 PD 的长是点 P 到 AB 的距离吗？



（第 1 (5) 题）



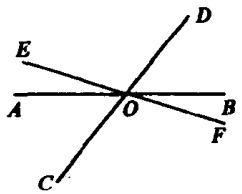
（第 1 (6) 题）

(6) 图中哪些角是同位角？哪些角是内错角？哪些角是同旁内角？它们是哪两条直线被哪一条直线所截成的？

2. 直线 AB、CD、EF 相交于点 O.

(1) 写出$\angle AOD$、$\angle EOC$ 的对顶角.

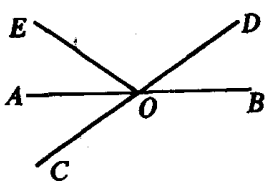
(2) 写出$\angle AOC$、$\angle EOB$ 的邻补角.



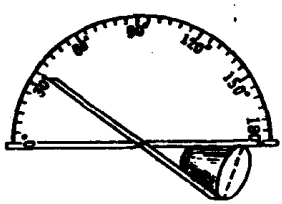
(第 2 题)

(3) 已知$\angle AOC=50°$，求$\angle BOD$、$\angle COB$ 的度数.

3. 如图，已知直线 AB、CD 相交于点 O，OA 平分$\angle EOC$，$\angle EOC=70°$，求$\angle BOD$ 的度数.



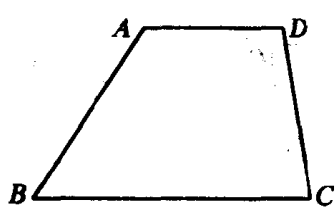
(第 3 题)



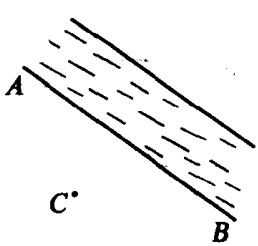
(第 4 题)

4. 图中是对顶角量角器，试说明它测量角的原理.

5. 如图，画 $AE\perp BC$、$CF\perp AD$，垂足分别为 E、F.



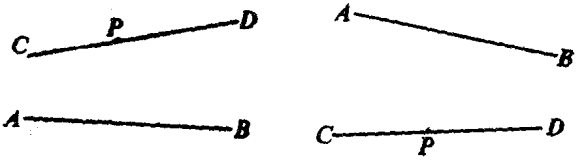
(第 5 题)



(第 6 题)

6. 要把水渠中的水引到水池 C，在渠岸 AB 的什么地方开沟，才能使沟最短？画出图来，并说明根据什么道理.

7. 在下列图中，分别过点 P 画直线 AB、CD 的垂线，并量出点 P 到直线 AB 的距离.



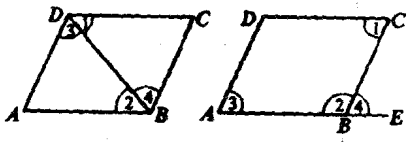
（第 7 题）

8. 画 $\angle AOB=90°$，在边 OA 上取一点 C，使 $OC=30$ mm；在边 OB 上取一点 D，使 $OD=40$ mm. 经过点 C 画 OA 的垂线，经过点 D 画 OB 的垂线，两条垂线相交于点 E.

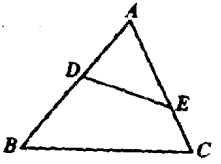
（1）量 $\angle CED$ 的度数（精确到 1°）；

（2）量点 E 到 OA 的距离、点 E 到 OB 的距离、点 E 到点 O 的距离、点 C 到点 D 的距离（精确到 1 mm）.

9. 图中的 $\angle 1$ 和 $\angle 2$，$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 各是哪两条直线被哪一条直线所截成的？它们各是什么角？



（第 9 题）



（第 10 题）

10. 图中 DE 和 BC 被 AB 所截得的 $\angle ADE$ 和 $\angle B$，被 AC 所截得的 $\angle C$ 和 $\angle DEC$ 分别是什么角？

B 组

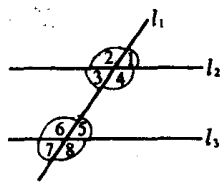
1. 如图，直线 l_1 与 l_2、l_3 相交，构成 8 个角．已知$\angle 1=\angle 5$．

(1) 图中哪些角是对顶角？

(2) 图中哪些角与$\angle 1$是邻补角？

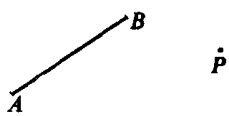
(3) 图中哪些角与$\angle 1$相等？

(4) 图中哪些角与$\angle 1$互补？



（第 1 题）

2. 如图，已知点 P 和线段 AB，用量角器过点 P 画线段 AB 的垂线．



（第 2 题）

3. 已知直线 AB、CD 相交于点 O．

(1) OE、OF 分别是$\angle AOC$、$\angle BOD$ 的平分线．画出这个图形．

(2) 射线 OE、OF 在同一条直线上吗？为什么？

(3) 画$\angle AOD$ 的平分线 OG．OE 与 OG 垂直吗？为什么？

4. 如图．以点 C 为顶点，在三角形外画$\angle ACD=\angle A$，再延长 BC．

(1) $\angle A$ 与哪些角是内错角？

(2) $\angle B$ 与哪些角是同位角？

(3) 它们分别是哪两条直线被哪一条直线截成的？

（第 4 题）

二 平 行 线

2.4 平行线及平行公理

前面已学过两条直线相交的情形. 在平面内两条直线还有不相交的情形. 例如，图 2-15 中黑板相对的两条边，若把它们向两方延长，总也不会相交. 再如，图 2-15 中立在路边的两根电线杆，横格本中的两条横线，若把它们看成直线，都是不相交的直线.

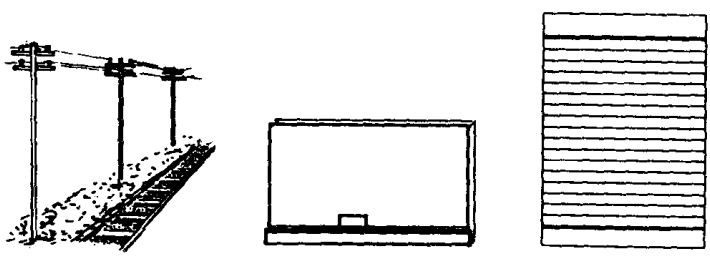


图 2-15

在同一个平面内，不相交的两条直线叫做**平行线**.

平行用符号“//”表示. 如图 2-16，直线 AB 与 CD 是平行线，记作“$AB//CD$”，读作“AB 平行于 CD”.

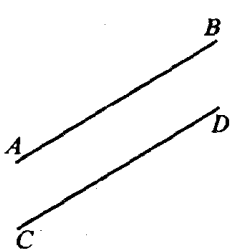


图 2-16

在同一个平面内，两条直线的位置关系只有相交、平行两种.

在空间里，两条直线还有既不平行也不相交的情况．观察图 2-17，棱 AB 与棱 $B'C'$ 不相交，显然它们也不平行，像这样既不相交也不平行的两条直线叫做异面直线．

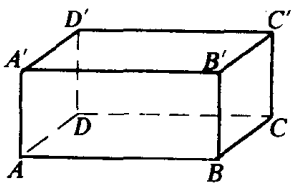


图 2-17

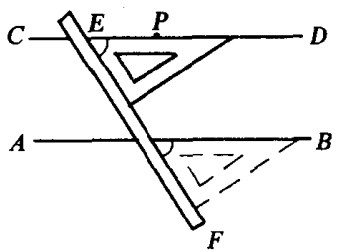


图 2-18

在小学里，我们学过用直尺和三角板画平行线．例如，可以像图 2-18 那样，经过点 P 画直线 AB 的平行线 CD．试一试，这样的直线可以画几条？

通过画图，我们总结出下面公理：

平行公理　经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行．

我们看图 2-19 中三条直线 AB、CD、EF．如果 $AB/\!/EF$，$CD/\!/EF$，想一想，直线 AB 与 CD 可能相交吗？为什么？

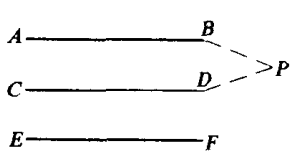


图 2-19

假设直线 AB 与 CD 相交，设交点为 P（图 2-19）．因为 $AB/\!/EF$，$CD/\!/EF$，于是过点 P 就有两条直线 AB、CD 都与 EF 平行．根据平行公理，这是不可能的．

这就是说，AB 与 CD 不能相交，只能平行.

由此，我们得到平行公理的一个推论：

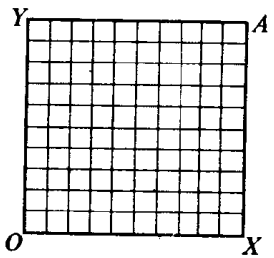
如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行.

我们有时也说两条射线或线段平行，这实际上是指它们所在的直线平行.

练　习

1. 举出几个平行线的实例.

2. 照图的样子，先画线段 $OX=50$ mm，$OY=50$ mm，并且使 $OX\perp OY$. 再过 X、Y 分别画 OY、OX 的平行线，两线相交于 A. 然后用刻度尺把 OX、OY 各分成 10 等分，从 OY 上每个分点画平行于 OX 的线段，从 OX 上每个分点画平行于 OY 的线段.



（第 2 题）

3. 读下列语句，并画出图形：
   (1) 点 P 是直线 AB 外的一点，直线 CD 经过点 P，且与直线 AB 平行；
   (2) 直线 AB、CD 是相交直线，点 P 是直线 AB、CD 外的一点，直线 EF 经过点 P 与直线 AB 平行，与直线 CD 相交于 E.

4. 填空：$\because AB/\!/EF$，$CD/\!/EF$（已知），

   $\therefore$ ____$/\!/$____（_____）.

2.5 平行线的判定

我们不能直接利用定义来判断两条直线是否平行. 为此，我们来寻找另外一些判断方法.

看模型（图 2-20）. 将木条 a、c 固定在一起，转动 b. 可以看到，当 b 转动到不同位置时，$\angle\alpha$ 的大小也随着变化. 换句话说，当 $\angle\alpha$ 从小变大时，直线 b 便从原来在右边与直线 a 相交，变到在左边与 a 相交. 在这个过程中，存在一个与 a 不相交，即与 a 平行的位置. 那么 $\angle\alpha$ 多大时，$a \parallel b$ 呢？

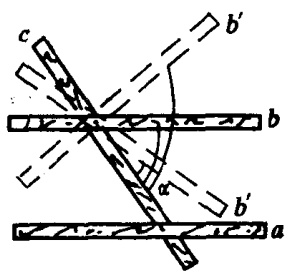


图 2-20

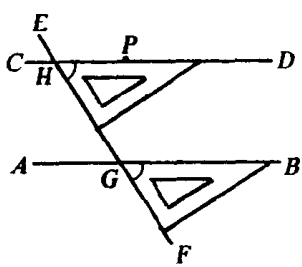


图 2-21

从上一节画平行线的过程（图 2-21）可以看出，画平行线的过程，实际上是过点 P 画 $\angle DHG = \angle BGF$ 的过程. 而 $\angle DHG$ 和 $\angle BGF$ 正是直线 AB、CD 被 EF 截得的同位角. 这就是说，如果同位角相等，那么 $AB \parallel CD$. 我们把这个事实作为判定两条直线平行的公理：

公理　两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行.

简单说成：**同位角相等，两直线平行.**

两条直线被第三条直线所截，同时得到同位角，内错角和同旁内角. 我们已经知道，由同位角相等，可以判定两条直线平行，那么能不能利用内错角，或同旁内角判定两条直线平行呢？

观察图 2-22. 直线 a、b 被 c 所截，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角，$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角，$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角. 如果 $\angle 3=\angle 2$，由 $\angle 3=\angle 1$，可得 $\angle 1=\angle 2$，于是 $a\parallel b$. 这样我们得到判定两条直线平行的另一个方法：

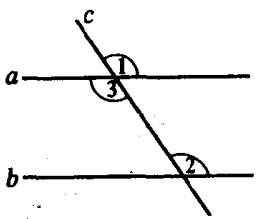


图　2-22

两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行.

简单说成：**内错角相等，两直线平行.**

上面的推理过程，可以写成：

$\because \angle 3=\angle 2$（已知），

$\angle 1=\angle 3$（对顶角相等），

$\therefore \angle 1=\angle 2$.

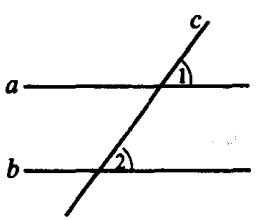
[$\because \angle 1=\angle 2$（已证），]

$\therefore$ $a\parallel b$（同位角相等，两直线平行）.

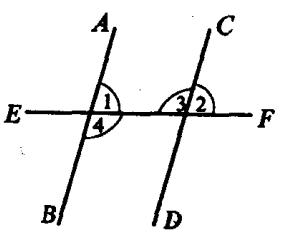
注意：方括号内的“∵∠1＝∠2”，就是上面刚刚得到的“∴∠1＝∠2”，在这种情况下，方括号内这一步可以省略.

练　习

1. 如图，已知直线 a、b，任意画一条直线 c，使它与 a、b 都相交，量得∠1＝65°，∠2＝65°，那么 $a/\!/b$，为什么？



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，直线 AB、CD 被直线 EF 所截.

（1）量得∠1＝80°，∠2＝80°，就可以判定 $AB/\!/CD$. 它的根据是什么？

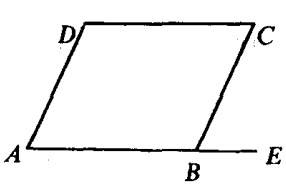
（2）量得∠3＝100°，∠4＝100°，也可以判定 $AB/\!/CD$. 它的根据是什么？

3. 如图，BE 是 AB 的延长线.

量得∠CBE＝∠A＝∠C.

（1）从∠CBE＝∠A，可以判定哪两条直线平行？它的根据是什么？

（2）从∠CBE＝∠C，可以判定哪两条直线平行？它的根据是什么？



（第 3 题）

下面，我们再研究同旁内角满足什么条件，两条直线平行.

像研究“内错角相等，两直线平行”一样，先找出同旁内角与同位角的关系.

如图 2-23，直线 a、b 被 c 所截，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角，$\angle 3$ 与 $\angle 2$ 是同旁内角，$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互为邻补角. 如果 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补，那么 $\angle 1=\angle 2$（为什么?），可推出 $a/\!/b$. 这个推理过程可以写成：

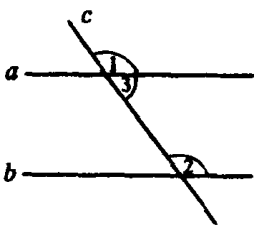


图 2-23

$\because$ $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补（已知），

$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 互补（邻补角定义），

$\therefore$ $\angle 1=\angle 2$（同角的补角相等）.

$\therefore$ $a/\!/b$（同位角相等，两直线平行）.

这是平行线的又一个判定方法：

两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

简单说成：**同旁内角互补，两直线平行.**

例 两条直线垂直于同一条直线，这两条直线平行吗？为什么？

分析：要判定两条直线是否平行，首先应想一想学过哪些判定平行线的方法，然后再看已知条件与哪一种方法的条件相同或有关. 思考时注意观察图形.

答：垂直于同一条直线的两条直线平行.

理由：如图 2-24，$b\perp a$，$c\perp a$.

∵ $b\perp a$，$c\perp a$（已知），

∴ $\angle 1=\angle 2=90°$（垂直的定义）.

∴ $b/\!/c$（同位角相等，两直线平行）.

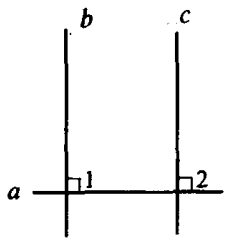
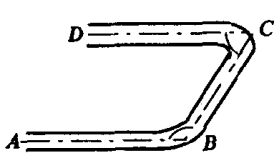


图 2-24

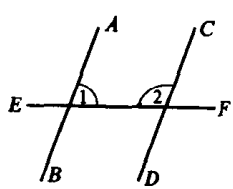
想一想，能不能利用内错角相等，或者同旁内角互补，来说明 $b/\!/c$ 呢？

练 习

1. 如图，一个弯形管道 $ABCD$ 的拐角 $\angle ABC=120°$，$\angle BCD=60°$. 这时说管道 $AB/\!/CD$ 对吗，为什么？



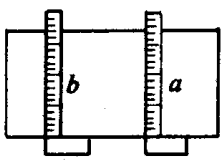
（第 1 题）



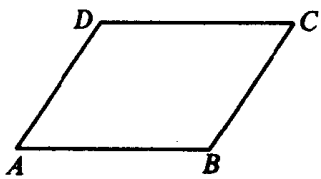
（第 2 题）

2. 如图，量得 $\angle 1=80°$，$\angle 2=100°$，可以判定 $AB/\!/CD$. 它的根据是什么？

3. 如图，木工师傅用角尺画出工件边缘的两条垂线，这两条垂线平行吗？为什么？



（第3题）



（第4题）

4. 如图，已知$\angle A$与$\angle D$互补，可以判定哪两条直线平行？$\angle B$与哪个角互补，可以判定直线$AD \parallel BC$？

想一想

1. 两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，可以推出内错角相等、同旁内角互补. 如果已知内错角相等，怎样推出同位角相等，同旁内角互补？已知同旁内角互补，同位角相等吗？为什么？

2. 在遇到一个新问题时，我们常常把它转化为已知的（或已经解决的）问题来解决. 在这一节中，我们是怎样利用“同位角相等，两直线平行”推出“内错角相等，两直线平行”的？怎样利用“同位角相等，两直线平行”推出“同旁内角互补，两直线平行”的？

2.6 平行线的性质

上一节我们学习了平行线的判定方法.就是说,已知同位角相等,或者内错角相等,或者同旁内角互补,可以判定两条直线平行. 在这一节里,我们将研究相反的问题:已知两条直线平行,同位角、内错角、同旁内角有什么关系.

假定直线 AB、CD 是已画出的两条平行线,即 $AB \parallel CD$. 由画图过程可以知道,已有一对同位角相等(如图 2-25 中的 $\angle 1=\angle 2$). 是不是每一对同位角都相等呢?

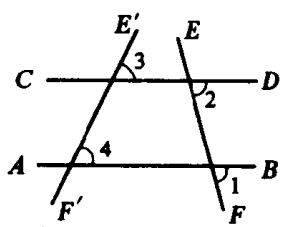


图 2-25

我们在图 2-25 中,再另画一条直线 $E'F'$,使它与直线 AB、CD 都相交,得同位角 $\angle 3$、$\angle 4$. 利用量角器量一下,可知 $\angle 3=\angle 4$. 不论怎样画截线,所得的同位角都相等. 于是得到:两条直线被第三条直线所截,如果这两条直线平行,那么同位角相等. 我们把平行线的这个性质作为公理:

两条平行线被第三条直线所截,同位角相等.

简单说成:**两直线平行,同位角相等.**

想一想,两条直线被第三条直线所截,如果同位角相等,内错角、同旁内角分别有什么关系?为什么?

如图 2-26.

∵ $a // b$（已知），

∴ $\angle 1 = \angle 2$（两直线平行，同位角相等）.

又∵ $\angle 1 = \angle 3$（对顶角相等），

∴ $\angle 3 = \angle 2$.

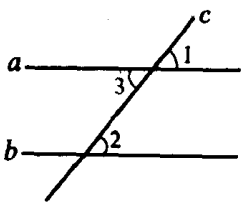


图 2-26

由此得到：

两条平行线被第三条直线所截，内错角相等.

简单说成：**两直线平行，内错角相等.**

类似地可以推出：

两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补.

简单说成：**两直线平行，同旁内角互补.**

例 1 图 2-27 是梯形有上底的一部分. 已经量得$\angle A = 115°$，$\angle D = 100°$，梯形另外两个角各是多少度？

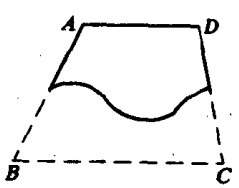


图 2-27

解：因为梯形上、下底互相平行，所以$\angle A$ 与$\angle B$ 互补，$\angle D$ 与$\angle C$ 互补. 于是

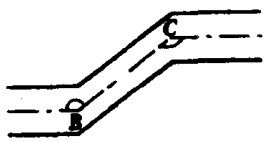
$\angle B = 180° - 115° = 65°$，

$\angle C = 180° - 100° = 80°$.

梯形的另外两个角分别是 65°、80°.

练 习

1. 如图，一条公路两次拐弯后，和原来的方向相同．也就是拐弯前后的两条路互相平行．第一次拐的角$\angle B$是142°，第二次拐的角$\angle C$是多少度？为什么？



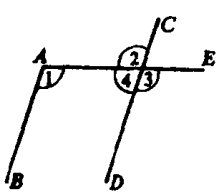
（第1题）

2. 如图，已知平行线AB、CD被直线AE所截．

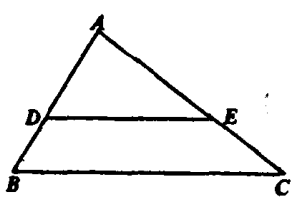
（1）从$\angle 1=110°$可以知道$\angle 2$是多少度？为什么？

（2）从$\angle 1=110°$可以知道$\angle 3$是多少度？为什么？

（3）从$\angle 1=110°$可以知道$\angle 4$是多少度？为什么？



（第2题）



（第3题）

3. 已知D是AB上一点，E是AC上一点，$\angle ADE=60°$，$\angle B=60°$，$\angle AED=40°$．

（1）DE和BC平行吗？为什么？

（2）$\angle C$是多少度？为什么？

例 2 已知：如图 2-28，直线 $a \parallel b$，$c \parallel d$，$\angle 1 = 115°$. 求 $\angle 2$、$\angle 3$ 的度数.

解：∵ $a \parallel b$（已知），

∴ $\angle 2 = \angle 1 = 115°$（两直线平行，内错角相等）.

∵ $c \parallel d$（已知），

∴ $\angle 3 = \angle 2 = 115°$（两直线平行，同位角相等）.

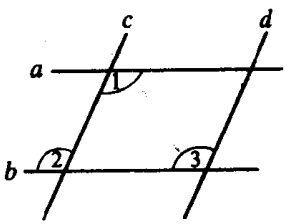


图 2-28

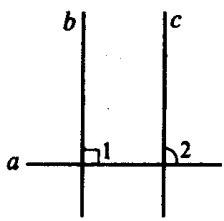


图 2-29

例 3 已知：如图 2-29，$b \parallel c$，a 是截线，并且 $a \perp b$. 问：直线 a 与 c 垂直吗？为什么？

答：$a \perp c$.

理由：

∵ $a \perp b$（已知），

∴ $\angle 1 = 90°$（垂直定义）.

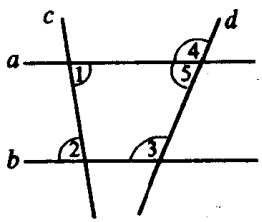
∵ $b \parallel c$（已知），

∴ $\angle 2 = \angle 1 = 90°$（两直线平行，同位角相等）.

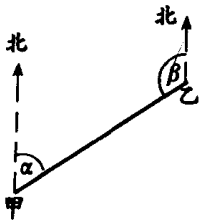
∴ $a \perp c$（垂直定义）.

练　习

1. 如图，已知 $a//b$，c、d 都是 a、b 的截线，$\angle 1=80°$，$\angle 5=70°$. $\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 各是多少度？为什么？



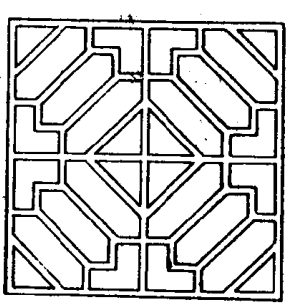
（第 1 题）



（第 2 题）

2. 在甲、乙两地之间要修一条公路（如图）. 从甲地测得公路的走向是北偏东 55°. 如果甲、乙两地同时开工，那么在乙地公路按 $\angle\beta$ 是多少度施工，才能使公路准确接通？

做 一 做



上图是清代河南社旗县清山会馆中的窗格图案的一部分. 利用画平行线的方法临摹这个图案.

你能再设计一种类似的窗格图案吗？

2.7 空间里的平行关系

我们学过平面内两条直线不相交的情况，在同一个平面内，两条直线不相交，就说它们是互相平行的.空间里的直线与平面、平面与平面也有不相交的情况.

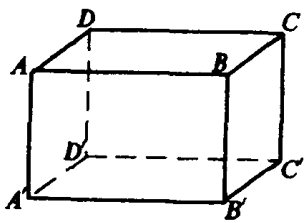


图 2-30

观察图 2-30 中的长方体. 首先看棱 AB 与面 $A'B'C'D'$ 的位置关系. 把棱 AB 向两方延长，面 $A'B'C'D'$ 向各个方向延展，它们总也不相交. 像这样的棱和面就是互相平行的.同样，棱 AB 与面 $DD'C'C$ 是互相平行的，棱 AA' 与面 $BB'C'C$、与面 $DD'C'C$ 也是互相平行的.

再看面 $ABCD$ 与面 $A'B'C'D'$，这两个面无论怎样延展，它们总也不会相交，像这样的两个面是互相平行的. 面 $AA'B'B$ 与面 $DD'C'C$ 也是互相平行的.

例 如图 2-31，在长方体中，棱 CD 与哪些面平行？面 $A'ADD'$ 与哪些棱平行？面 $A'B'BA$ 与哪个面平行？

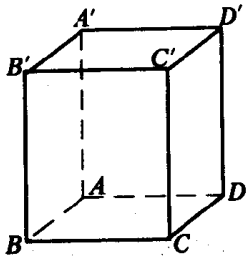


图 2-31

答：棱 CD 与面 $A'B'BA$、面 $A'B'C'D'$ 平行；面 $A'ADD'$ 与棱 $B'B$、棱 BC、棱 $C'C$、棱 $B'C'$ 平行；面 $A'B'BA$ 与面 $D'C'CD$ 平行.

练 习

1. 在教室里，指出黑板的上沿与教室的哪些面平行. 教室的哪些面互相平行？
2. 举出你周围线面平行、面面平行的一些实例.

习 题 2.2

A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：

(1) 什么样的两条直线是平行线？

(2) 同一个平面内两条直线的位置关系有几种？

(3) 平行公理及其推论的内容是什么？如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线为什么不能相交？

(4) 我们学过哪几种判定平行线的方法？

(5) 两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，能推出内错角、同旁内角各有什么关系？

(6) 两条平行线被第三条直线所截，同位角、内错角、同旁内角各有什么关系？

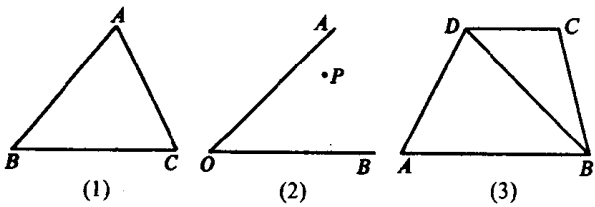
(7) 直线 a、b 被直线 c 所截，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角.

由 $\angle 1=\angle 2$，得 $a/\!/b$，根据是什么？

由 $a/\!/b$，得 $\angle 1=\angle 2$，根据是什么？

2. 画线段 $AB=45$ mm. 画任意射线 AX. 在 AX 上取 C'、D'、B' 三点，使 $AC'=C'D'=D'B'$，连结 BB'. 用三角板画 $C'C/\!/B'B$、$D'D/\!/B'B$，分别交 AB 于 C、D. 量出 AC、CD、DB 的长（精确到 1 mm）.

3. 用三角板和直尺画平行线：



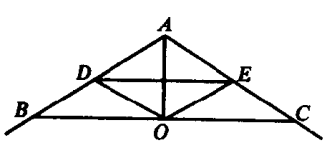
（第 3 题）

(1) 过点 A 画 $MN \parallel BC$（图 (1)）；

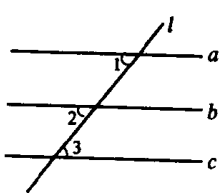
(2) 过点 P 画 $PE \parallel OA$，交 OB 于点 E；画 $PH \parallel OB$，交 OA 于点 H（图 (2)）；

(3) 过点 C 画 $CE \parallel DA$，与 AB 交于点 E；过点 C 画 $CF \parallel DB$，与 AB 的延长线交于点 F（图 (3)）.

4. 如图，在屋架上要加一根横梁 DE. 已知 $\angle ABC = 31°$，当 $\angle ADE$ 等于多少度时，就能使 $DE \parallel BC$？



（第 4 题）



（第 5 题）

5. 如图，直线 a、b、c 被直线 l 所截，量得 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

(1) 从 $\angle 1 = \angle 2$ 可以推出哪两条直线平行？它的根据是什么？

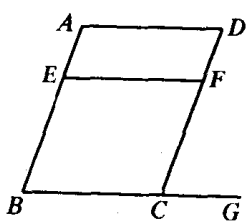
(2) 从 $\angle 1 = \angle 3$ 可以推出哪两条直线平行？它的根据是什么？

6. 如图，E 是 AB 上一点，F 是 DC 上一点，G 是 BC 的延长线上一点.

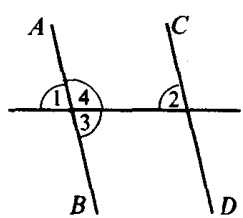
(1) 知道了$\angle B=\angle DCG$，可以断定哪两条直线平行？为什么？

(2) 知道了$\angle DCG=\angle D$，可以断定哪两条直线平行？为什么？

(3) 知道了$\angle DFE+\angle D=180°$，可以断定哪两条直线平行？为什么？



（第 6 题）



（第 7 题）

7. 已知：如图，$\angle 1=78°$，$\angle 2=78°$，$\angle 3=78°$，$\angle 4=102°$. 填空：

(1) ∵ $\angle 1=\angle 2=78°$（已知），

∴ $AB\parallel$____（_____）.

(2) ∵ $\angle 2=\angle 3=78°$（已知），

∴ $AB\parallel$____（_____）.

(3) ∵ $\angle 2+\angle 4=78°+102°=180°$（已知），

∴ ____$\parallel$____（_____）.

8. 已知：如图，$\angle 1=\angle ABC=\angle ADC$，$\angle 3=\angle 5$，$\angle 2=\angle 4$，$\angle ABC+\angle BCD=180°$. 填空：

(1) ∵ $\angle 1=\angle ABC$（已知），

∴ $AD\parallel$ ___ (_____).

(2) ∵ $\angle 3=\angle 5$（已知），

∴ $AB\parallel$ ___ (_____).

(3) ∵ $\angle 2=\angle 4$（已知），

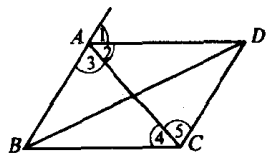
∴ ___ $\parallel$ ___ (_____).

(4) ∵ $\angle 1=\angle ADC$（已知），

∴ ___ $\parallel$ ___ (_____).

(5) ∵ $\angle ABC+\angle BCD=180°$（已知），

∴ ___ $\parallel$ ___ (_____).



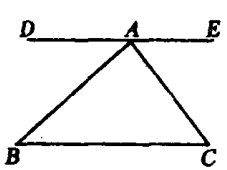
（第 8 题）

9. 如图，已知直线 DE 经过点 A，$DE\parallel BC$，$\angle B=44°$，$\angle C=57°$.

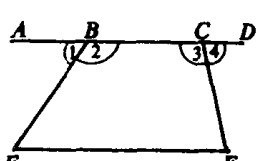
(1) $\angle DAB$ 等于多少度？为什么？

(2) $\angle EAC$ 等于多少度？为什么？

(3) $\angle BAC$、$\angle BAC+\angle B+\angle C$ 各等于多少度？



（第 9 题）



（第 10 题）

10. 如图，A、B、C、D 在一直线上，$AD\parallel EF$.

(1) $\angle E=58°$时，$\angle 1$、$\angle 2$ 各等于多少度？为什么？

(2) $\angle F=78°$时，$\angle 3$、$\angle 4$ 各等于多少度？为什么？

11. 填空：

(1) 如图 (1)，∵ $AB \parallel CD$ (已知)，

∴ $\angle B=\angle C$ (_____).

(2) 如图 (2)，∵ $\angle ADE=\angle B$ (已知)，

∴ $DE \parallel BC$ (_____).

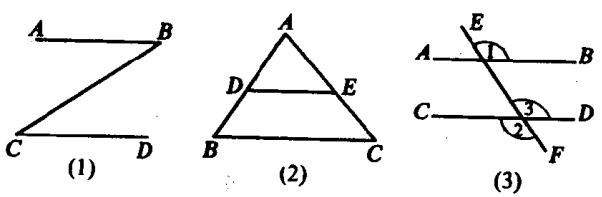
∴ $\angle CED+\angle C=180°$ (_____).

(3) 如图 (3)，∵ $AB \parallel CD$ (已知)，

∴ $\angle 1=\angle 3$ (_____).

∵ $\angle 3=\angle 2$ (_____)，

∴ $\angle 1=\angle 2$.

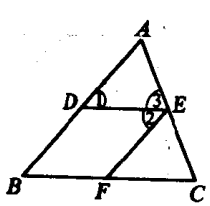


(第 11 题)

12. 用式子来表示下列句子：

如图，

(1) 已知$\angle 1$和$\angle 2$相等，根据内错角相等，两直线平行，所以 AB 和 EF 平行.



(第 12 题)

(2) 已知 DE 和 BC 平行，根据两直线平行，同位角相等，所以$\angle 1$等于$\angle B$，$\angle 3$等于$\angle C$.

13. 填空：

(1) ∵ $\angle A=$____（已知），

∴ $AC/\!/ED$（_____）.

(2) ∵ $\angle 2=$____（已知），

∴ $AC/\!/ED$（____）.

(3) ∵ $\angle A+$____$=180°$（已知），

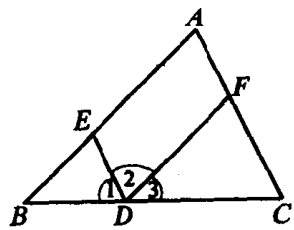
∴ $AB/\!/FD$（_____）.

(4) ∵ $AB/\!/$____（已知），

∴ $\angle 2+\angle AED=180°$（_____）.

(5) ∵ $AC/\!/$____（已知），

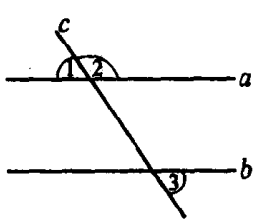
∴ $\angle C=\angle 1$（_____）.



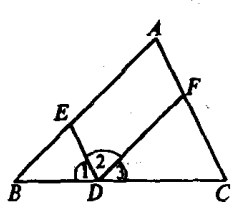
（第 13 题）

B 组

1. 如图，当$\angle 1=\angle 3$时，直线 a、b 平行吗？当$\angle 2+\angle 3=180°$时，直线 a、b 平行吗？为什么？



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，已知 $DE/\!/AC$，$DF/\!/AB$，那么$\angle 1=\angle C$吗？$\angle 3=\angle B$吗？$\angle 2=\angle A$吗？$\angle A+\angle B+\angle C$等于多少度？

3. 平行线的判定与平行线的性质主要的区别是什么？

三　命题、定理、证明

2.8　命题

前面，我们学过一些图形的性质．例如，

（1）对顶角相等；

（2）如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行；

（3）两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行；

（4）两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补．

它们都是判断某一件事情的句子．像这样，判断一件事情的句子，叫做**命题**．

还有些句子，例如“画线段 $AB=CD$”，“对顶角相等吗？”等，它们都没有对某一件事情作出什么判断，这些句子不是命题．

每个命题都是由题设、结论两部分组成．题设是已知事项；结论是由已知事项推出的事项．命题常写成“如果…，那么…”的形式．具有这种形式的命题中，用“如果”开始的部分是题设，用“那么”开始的部分是结论．

例如，上面的命题(2)中，“两条直线都和第三条直线平行”是题设，“这两条直线也互相平行”是结论；命题(3)中，“同位角相等”是题设，“这两条直线平行”是结论．不过，这个命题中，“如果”前面还有一个条件，没有这个条件，就没有同位角，所以这个条件也属于题设部分．

有些命题，例如命题(1)、(4)，没有写成“如果…，那么…”的形式，题设和结论不明显．对于这样的命题，要经过分析才能找出题设和结论，也可以将它们改写成“如果…，那么…”的形式．

例如，命题(1)可以写成“如果两个角是对顶角，那么这两个角相等”；命题(4)可以写成“如果两条平行线被第三条直线所截，那么同旁内角互补”．

上面所举出的命题都是正确的，就是说，如果题设成立，那么结论一定成立．像这样的命题，叫做**真命题**．

还有一些命题，例如：“如果两个角相等，那么它们是对顶角”；“如果两个角互补，那么它们是邻补角”；“如果两个角是内错角，那么它们相等”等等．这些命题中，题设成立时，不能保证结论总是正确的，也就是说结论不成立，这些命题都是错误的命题．像这样的命题叫做**假命题**．

例 指出下列命题的题设、结论：

(1) 如果两条直线相交，那么它们只有一个交点；

(2) 两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行；

(3) 两条平行线被第三条直线所截，内错角相等；

(4) 如果$\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，那么$\angle 1=\angle 3$.

答：(1) 题设：两条直线相交，结论：它们只有一个交点.

(2) 题设：两条直线被第三条直线所截，同旁内角互补，结论：这两条直线平行.

(3) 因为这个命题可以改写成："如果两条平行线被第三条直线所截，那么内错角相等"，也可以简写成"如果两直线平行，那么内错角相等"，所以可以简单地说，题设：两直线平行，结论：内错角相等.

(4) 题设：$\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，结论：$\angle 1=\angle 3$.

练 习

1. 举出学过的真命题2～3个.

2. 指出下列命题的题设和结论：

(1) 如果$AB\perp CD$，垂足是O，那么$\angle AOC=90°$；

(2) 两直线平行，同位角相等；

(3) 在同一个平面内，两条直线不平行，它们一定相交.

2.9 定理与证明

在前面几节里，我们学过的一些图形的性质，都是真命题．其中有些命题，如“两点确定一条直线”、“两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行”等，它们的正确性是人们在长期的实践中总结出来的，并作为判定其他命题真假的根据，这样的真命题称为**公理**．

还有一些命题，例如，“对顶角相等”、“两直线平行，内错角相等”等，它们的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做**定理**，推理过程叫做**证明**．

下面，我们以证明“两直线平行，内错角相等”来说明什么是证明．

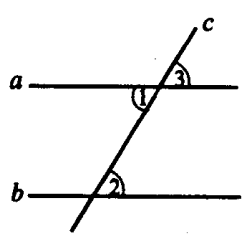


图 2-32

例 1 已知：$a \parallel b$，c 是截线．

求证：$\angle 1=\angle 2$（图 2-32）．

证明：∵ $a \parallel b$（已知），

∴ $\angle 3=\angle 2$（两直线平行，同位角相等）．

∵ $\angle 3=\angle 1$（对顶角相等），

∴ $\angle 1=\angle 2$（等量代换）．

一个量用与它相等的量去代替叫等量代换．

从例 1 可以看出，证明是由题设（已知）出发，经过一步步的推理，最后推出结论（求证）正确的过程．

注意，证明中的每一步推理都要有根据，不能“想当然”. 这些根据，可以是已知条件，也可以是定义、公理、已经学过的定理. 在初学证明时，要求把根据写在每一步推理后面的括号内，其中像等量代换，利用等式性质加减乘除等代数运算可不注理由.

练　习

在下列各题的括号内，填上推理的根据：

1. 已知：如图，$\angle 1=\angle 2$.

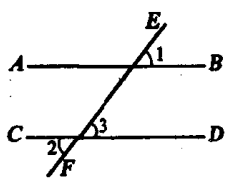
求证：$AB\parallel CD$.

证明：∵ $\angle 1=\angle 2$（____），

$\angle 2=\angle 3$（_____），

∴ $\angle 1=\angle 3$.

∴ $AB\parallel CD$（_____）.



（第1题）

2. 已知：如图，$\angle ABC=\angle A'B'C'$，BD、$B'D'$分别是$\angle ABC$、$\angle A'B'C'$的平分线.

求证：$\angle 1=\angle 2$.

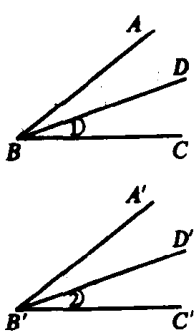
证明：∵ $\angle ABC=\angle A'B'C'$（____），

∴ $\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\angle A'B'C'$.

∵ $\angle 1=\frac{1}{2}\angle ABC$（角平分线定义），

$\angle 2=\frac{1}{2}\angle A'B'C'$（____），

∴ $\angle 1=\angle 2$.



（第2题）

证明一个命题有哪些步骤呢？

（1）根据题意，画出图形.

如例 1 中，题设中有两条平行线，结论中有内错角，因此，图形中应画出两条平行线被第三条直线所截. 为了证明叙述方便，还要在图上标出必要的字母或符号（如图 2-32）.

（2）根据题设、结论，结合图形，写出已知、求证.

（3）经过分析，找出由已知推出求证的途径，写出证明过程.

在一般情况下，分析的过程不要求写出来. 有些题目中，已经画出了图形，写好了已知、求证，这时只要写出“证明”一项就可以了.

例 2 证明：邻补角的平分线互相垂直.

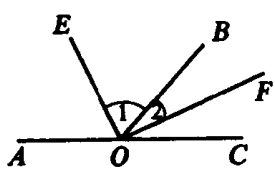


图 2-33

按上面步骤，首先画出图形：两个角，它们是邻补角，并且各有一条角平分线（如图 2-33）.

按图 2-33，已知中应写明$\angle AOB$、$\angle BOC$ 互为邻补角，OE 平分$\angle AOB$，OF 平分$\angle COB$. 求证中应写 $OE \perp OF$.

如何证明 $OE \perp OF$ 呢？根据垂直的定义，应证明 $\angle 1+\angle 2=90°$. 所以只要根据已知$\angle AOB$、$\angle BOC$ 是邻补角，计算出$\angle 1+\angle 2=90°$就可以了.

这个题目的证明过程如下：

已知：如图 2-33，$\angle AOB+\angle BOC=180°$，$OE$ 平分$\angle AOB$，OF 平分$\angle BOC$.

求证：$OE\perp OF$.

证明：∵ $\angle 1=\frac{1}{2}\angle AOB$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle BOC$（已知），$\angle AOB+\angle BOC=180°$（已知），

∴ $\angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}(\angle AOB+\angle BOC)=90°$.

∴ $OE\perp OF$（垂直的定义）.

判定一个命题是假命题，只要举出一个例子（反例），它符合命题的题设，但不满足结论就可以了.

例如，要判定命题“相等的角是对顶角”是假命题. 可以举出如图 2-34 中的$\angle 1=\angle 2$，但它们不是对顶角. 这就判定“相等的角是对顶角”是一个假命题.

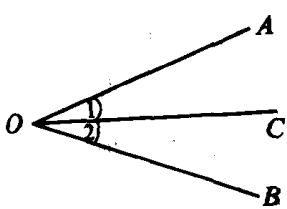


图 2-34

练 习

1. 举反例说明“同位角相等”是假命题.
2. 按证明命题的步骤证明：“两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么内错角相等”.

观察与推理

读一读

我们通过观察，可以得到许多知识．几何中研究的物体的形状、大小、位置关系等，许多都是通过观察得来的．

不过，从观察得到的认识，是初步的，往往是不全面的，不深入的．例如，我们在小学数学里观察过一些三角形三个角的和，得到“三角形三个角的和等于180°”的结论．那么，是不是所有的三角形都是这样的呢？为什么每个三角形三个角的和必然是180°呢？只用观察的方法就不够了，而要在观察的基础上，一步一步地，有根有据地说明理由，这就是推理．

在学习平行线的判定方法时，我们在观察和实验的基础上，得到了“同位角相等，两直线平行”．接着，根据同位角与内错角的关系，推出了“内错角相等，两直线平行”的结论．这说明，推理不仅可以使我们从观察实验得到的知识更全面、更深入，而且还可以进一步得到一些新知识．

学习几何离不开观察和实验，也需要掌握推理的方法．从第二册开始，我们还将进一步学习推理的方法．

习 题 2.3

A 组

1. 阅读课文，思考下列问题：

   (1) 在第一、二章中，学习了哪些公理？

   (2) 公理和定理都是真命题吗？它们有什么区别？

   (3) 什么叫做证明？证明一个几何命题，一般有哪些步骤？

   (4) 怎样判断一个命题是假命题？

2. 指出下列命题中的题设和结论：

   (1) 两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补；

   (2) 两个角的和等于平角时，这两个角互为补角；

   (3) 等式两边加上同一个数或同一个整式，所得的结果仍是等式；

   (4) 平行于同一条直线的两条直线平行；

   (5) 任意两个直角都相等.

3. 抄写下列各题，并填空：

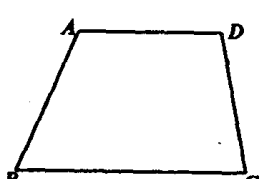
   (1) 已知：如图，$\angle A+\angle B=180°$.

   求证：$\angle C+\angle D=180°$.

   证明：$\because$ $\angle A+\angle B=180°$ (_____)，

   $\therefore$ $AD/\!/BC$ (_____).

   $\therefore$ $\angle C+\angle D=180°$ (_____).



(第 3(1)题)

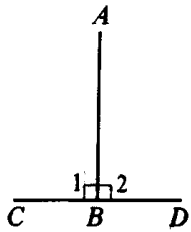
(2) 已知：如图，$AB \perp CD$.

求证：$\angle 1=\angle 2$.

证明：$\because$ $AB \perp CD$ (____)，

$\therefore$ $\angle 1=90°$，$\angle 2=90°$ (____).

$\therefore$ $\angle 1=\angle 2$.



(第 3 (2) 题)

(3) 已知：如图，$AB // CD$，$BC // DE$.

求证：$\angle B+\angle D=180°$.

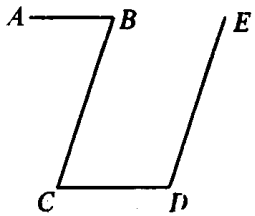
证明：$\because$ $AB // CD$ (____)，

$\therefore$ $\angle B=$____ (____).

$\because$ $BC //$ ____ (____)，

$\therefore$ $\angle C+\angle D=180°$ (____).

$\therefore$ $\angle B+\angle D=180°$.



(第 3 (3) 题)

(4) 已知：如图，$AD // BC$，$\angle BAD=\angle BCD$.

求证：$AB // CD$.

证明：$\because AD // BC$ (____)，

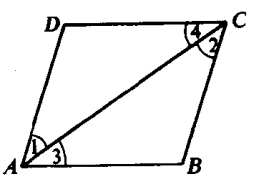
$\therefore$ $\angle 1=$____ (____).

又$\because$ $\angle BAD=\angle BCD$ (____)，

$\therefore$ $\angle BAD-\angle 1=\angle BCD-\angle 2$，

即 $\angle 3=\angle 4$.

$\therefore$ $AB //$ ____ (____).



(第 3 (4) 题)

4. 判断下列命题是真命题还是假命题. 如果是假命题，举出一个反例.

(1) 邻补角是互补的角；

(2) 互补的角是邻补角；

(3) 如果一个数能被 2 整除，那么这个数也能被 4 整除；

(4) 不等式的两边都乘以同一个数，不等号的方向不变；

(5) 在平面内，经过一点有一条而且只有一条直线垂直于已知直线；

(6) 两个锐角的和是锐角.

5. 画图，并写出已知、求证（不证明）：

(1) 平行于同一条直线的两条直线平行；

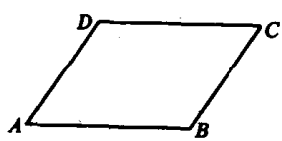
(2) 同角的补角相等.

B 组

1. 完成下面证明：

已知：如图，$AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$.

求证：$\angle A = \angle C$.



（第 1 题）

证明：$\because AB \parallel CD$（____），

$\therefore \angle A + \angle D = 180°$（_____）.

$\because AD \parallel BC$（_____），

$\therefore$

$\therefore$

2. 证明：两条平行线被第三条直线所截，内错角的平分线互相平行.

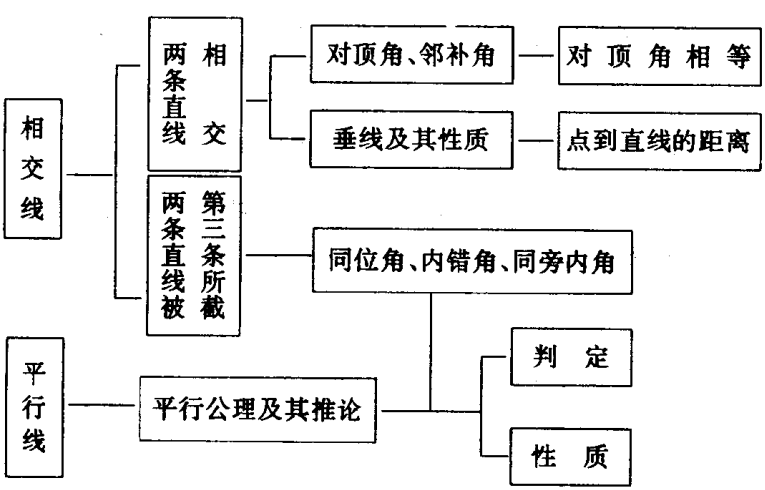
（只要求画出图形，写出已知、求证.）

小结与复习

本章主要研究两条直线的位置关系，同时，结合这些知识简要说明什么是证明，以及怎样进行证明.

一、内容提要

在平面内，两条直线的位置关系有两种：相交、平行. 在相交线中，重点是它的特殊情形——垂直. 研究直线的位置关系，常常通过有关的角. 这些内容之间的关系如下表所示：



在这一章的最后，简要地介绍了命题、命题的题设与结论、真命题、假命题、定理等概念，并通过例题，说明证明几何命题的一般步骤.

二、学习要求

1. 理解对顶角、邻补角、同位角、内错角、同旁内角的概念，能在图形中正确地辨认它们.

2. 掌握垂线、点到直线距离的概念，会用三角板或量角器画直线的垂线，了解垂线段最短的性质，会度量点到直线的距离. 了解空间里的垂直关系.

3. 了解平行线的概念，掌握平行公理及其推论，平行线的判定、性质. 会用三角板和直尺画各种位置的直线的平行线. 了解空间里的平行关系.

4. 了解命题、真命题、假命题、公理、定理的概念，了解公理与定理的区别，能够初步区分命题的题设和结论，把命题改写成“如果……，那么……”的形式.

5. 了解“证明”的必要性和证明的一般步骤. 能做两步推理，能准确地注明推理的根据.

6. 在前一章的基础上，进一步熟悉和掌握几何语言. 能够把学过的概念和性质，用图形或符号表示出来，同时，能较准确地表述学过的定义、定理等.

三、需要注意的几个问题

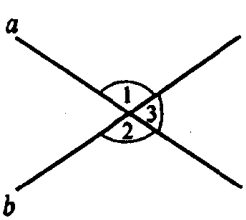
1. 要注意学会观察图形和利用图形，结合图形分析和解决问题.

2. 注意区别平行线的判定、性质. 判定与性质的题设与结论正好相反，因此在运用它们推理证明时，一定要注意区别，不要用错.

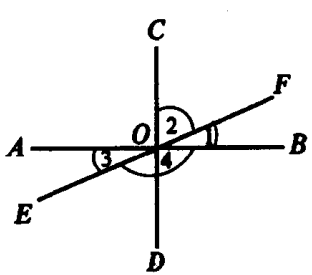
复习题二

A 组

1. 怎样判断两条直线互相垂直？
2. 根据哪些公理或定理，能够证明两条直线平行？
3. 平行线有哪些性质？
4. 要证明两个角相等，可以运用哪些公理或定理？
5. 总结本章中出现的概念的记法和说法.
6. 举例说明平行线的判定、性质的题设与结论有什么关系.
7. 如图.（1）已知$\angle 1+\angle 2=220°$，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 各是多少度？（2）已知$\angle 3=\frac{2}{3}\angle 1$，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 各是多少度？



（第 7 题）

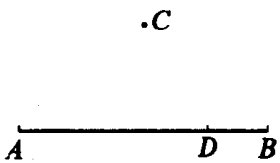


（第 8 题）

8. 已知：如图，$\angle 1=26°$，$AB\perp CD$，垂足为 O，EF 经过点 O. 求$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 的度数.
9. 下面的说法对吗？如果对的话，画出图形：
（1）过线段 AB 的中点 C，作 $CD\perp AB$；

(2) 已知直线 AB 上一定点 M，直线 AB 外任意一点 N，连结 MN，使 $MN \perp AB$.

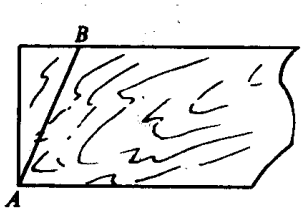
10. 如图，D 是河岸 AB 上的一点，C 是 AB 外一点. 在什么情况下，C 与 D 的距离等于 C 与 AB 的距离？除这种情况外，这两个距离哪个大些？



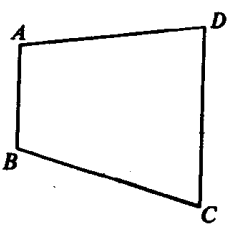
（第 10 题）

11. 画 $\angle BAC = 57°$，在边 AB 上取一点 D，使 $AD = 30$ mm，在边 AC 上取一点 E，使 $AE = 40$ mm. 过点 D 画 $DF /\!/ AC$，过点 E 画 $EF /\!/ AB$，DF、EF 相交于点 F. 度量 EF、DF 的长（精确到 1 mm）和 $\angle DFE$ 的度数（精确到 1°）.

12. 如图，要在长方形的木板上截一个平行四边形，使一组对边在长方形的对边上，一边长为 30 mm. 另一组对边中一条为 AB，画出另一条边.



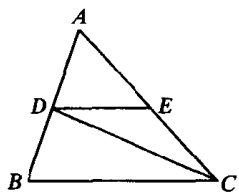
（第 12 题）



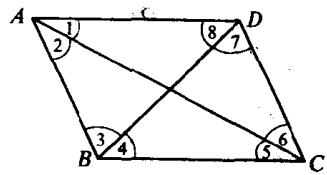
（第 13 题）

13. 已知：如图，$AB /\!/ CD$，$\angle A = 98°$，$\angle C = 75°$，求 $\angle B$、$\angle D$ 的度数.

14. 已知：如图，$DE \parallel BC$，CD 是 $\angle ACB$ 的平分线，$\angle B=70°$，$\angle ACB=50°$，求 $\angle EDC$ 与 $\angle BDC$ 的度数.



（第 14 题）



（第 15 题）

15. 如图，(1) 已知 $AD \parallel BC$，可以得出哪些角相等？为什么？

(2) 已知 $AB \parallel DC$，可以得出哪些角的和是 180°？为什么？

(3) 已知 $\angle 3=\angle 7$，可以得出哪两条直线平行？为什么？

(4) 已知 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180°$，可以得出哪两条直线平行？为什么？

(5) 由哪两条直线平行，可以得到 $\angle 4=\angle 8$？为什么？

(6) 由哪两条直线平行，可以得到 $\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=180°$？为什么？

抄写下列各题，并填空（第 16 题～第 18 题）.

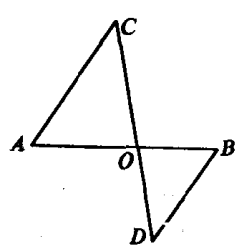
16. 已知：如图，AB 和 CD 相交于点 O，$\angle A=\angle B$.

求证：$\angle C=\angle D$.

证明：∵ $\angle A=\angle B$（___），

∴ $AC \parallel BD$（____）.

∴ $\angle C=\angle D$（____）.



（第 16 题）

17. 已知：如图，D、E、F 分别是 BC、CA、AB 上的点，$DE \parallel BA$，$DF \parallel CA$.

求证：$\angle FDE = \angle A$.

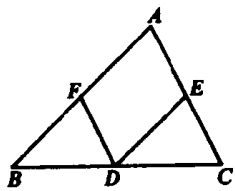
证明：∵ $DE \parallel BA$（____），

∴ $\angle FDE = \angle BFD$（__）.

∵ $DF \parallel CA$（____），

∴ $\angle BFD =$ ____（____）.

∴ $\angle FDE = \angle A$.



（第 17 题）

18. 已知：如图，$AB \parallel EF$.

求证：$\angle BCF = \angle B + \angle F$.

证明：经过点 C 画 $CD \parallel AB$（经过直线外一点有且只有一条直线和这条直线平行），

∴ $\angle B = \angle 1$（____）.

∵ $AB \parallel EF$（____），

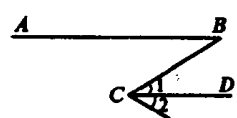
$CD \parallel AB$（画图），

∴ $CD \parallel EF$（____）.

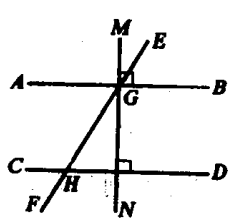
∴ $\angle F =$ __（____）.

∴ $\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle F$.

即 $\angle BCF = \angle B + \angle F$.



（第 18 题）

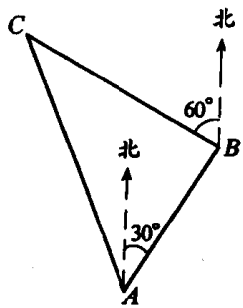


（第 1 题）

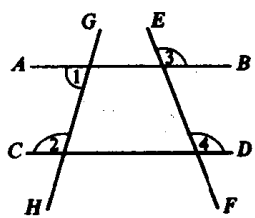
B 组

1. 已知：如图，$AB \parallel CD$，EF 分别与 AB、CD 交于 G、H. MN 过点 G 垂直于 AB. $\angle CHG = 124°$. 求 $\angle BGE$、$\angle EGM$ 的度数.

2. 如图，点 B 在点 A 北偏东 30°的方向，且 $AB=6$ m，点 C 在点 B 北偏西 60°的方向，且 $BC=8$ m. 选适当的比例尺画图，在图上量出 AC 的长，并求 A 到 C 的实际距离（精确到 0.1 m）. 点 A 到直线 BC 的距离是多少？为什么？



（第 2 题）



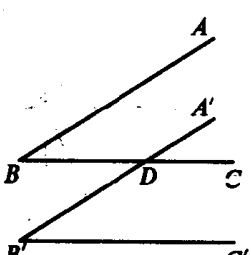
（第 3 题）

3. 已知：如图，直线 AB、CD 被 EF、GH 所截，$\angle 1+\angle 2=180°$.

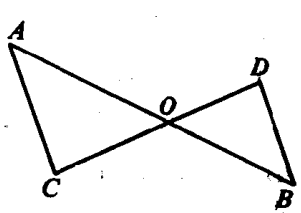
求证：$\angle 3=\angle 4$.

4. 已知：如图，$AB/\!/A'B'$，$BC/\!/B'C'$，BC 交 $A'B'$ 于点 D.

求证：$\angle B=\angle B'$.



（第 4 题）



（第 5 题）

5. 已知：如图，AB 和 CD 相交于点 O，$\angle C=\angle COA$，$\angle D=\angle BOD$. 求证：$AC/\!/BD$.

自我测验二

（满分 100 分，时间 45 分）

1. （每小题 5 分，共 40 分）判断下列句子的正误．正确的画“√”，错误的画“×”：

（1）相等的角是对顶角；（　　）

（2）邻补角的和等于 180°；（　　）

（3）直角都相等；（　　）

（4）经过一点只能作一条直线与已知直线垂直；（　　）

（5）$a//b$，$b//c$，a 与 c 相交于点 P；（　　）

（6）平面内垂直于同一条直线的两条直线平行；（　　）

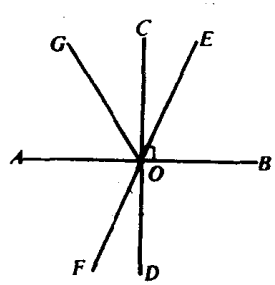
（7）同位角相等；（　　）

（8）当两条直线被第三条直线截成的 8 个角中，有一对同位角相等时，所有的内错角都相等．（　　）

2. （10 分）如图，AB、CD、EF 相交于点 O，$AB\perp CD$，OG 平分 $\angle AOE$，$\angle FOD=28°$．求

（1）$\angle BOE$ 的度数；

（2）$\angle AOG$ 的度数．



（第 2 题）

3. （10 分）画 $\angle AOB=78°$．画 $\angle AOB$ 的平分线 OC，在 OC 上取一点 D，使 $OD=3.5$ cm．过点 D 画边 OA 的平行线 DE，过点 D 画 OB、OC 的垂线 DF、DG．测量点 D 到 OB 的距离（精确到 0.1 cm）．

4. （每空 5 分，共 30 分）填空.

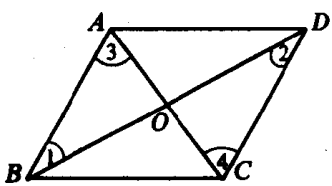
(1) 已知：如图，$\angle 1=\angle 2$.

求证：$\angle 3=\angle 4$.

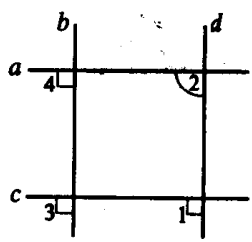
证明：∵ $\angle 1=\angle 2$（已知），

∴ $AB/\!/$____（_____）.

∴ $\angle 3=\angle 4$（_____）.



（第 4(1)题）



（第 4(2)题）

(2) 已知：如图，$a\perp b$，$b\perp c$，$c\perp d$.

求证：$a\perp d$.

证明：∵ $a\perp b$，$c\perp b$（已知），

∴ $\angle 3=\angle 4=90°$（垂直定义）.

∴ $a/\!/c$（_____）.

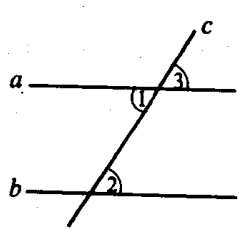
∴ $\angle 1=\angle 2$（_____）.

∵ $c\perp d$（已知），

∴ $\angle 1=90°$（垂直定义）.

∴ $\angle 2=90°$.

∴ $a\perp d$（_____）.



（第 5 题）

5. (10 分) 已知：如图，$\angle 1=\angle 2$.

求证：$\angle 2=\angle 3$.

有关几何的一些历史

读一读

据说在很久很久以前，埃及的尼罗河水每年都会泛滥，两岸的田地就被淹没，水退后人们要重新划定田界，这便促使人们学会了计算简单图形的面积等方法，逐步形成了图形的有关知识．后来，人们称这些知识为“Geometry”，其中“Geo”是“地”的意思，“metry”是“量”的意思，“Geometry”原意为“测地术”，即测量土地的方法．

随着生产的发展，图形的知识逐步增加，很多数学家花费了大量的精力，将这些零散的知识系统地总结成一门学科．最有成效的是希腊数学家欧几里得（公元前330年～公元前275年），他按逻辑体系编成了一本名为《原本》的书，在以后1000多年时间里，世界上许多国家都把它用作教材．1607年，我国数学家徐光启和意大利传教士利玛窦一起翻译了这本书的前六卷，并把“Geometry”一词译为“几何学”．

从我国已出土的文物看，有的呈一定的几何形体，如，球体、圆柱体等，有的上面刻有精美的几何图案，如本书彩页上的陶罐，这表明我国很早就有了几何知识．这些知识是我国古代劳动人民在从事丈量土地、测量容积、测量太阳的高远等实际活动中产生的．在几何学的研究方面，我国是有自己的特色

的，如与实际联系紧密，与代数融合在一起，比较重视计算等.在我国，有关几何的一些成果要早于其他国家.《墨经》(公元前480年～公元前390年)中记述了平行线和圆的十分准确的定义，“平，同高也”、“圜，一中同长也”，这比欧几里得下的定义早100多年.《九章算术》(公元50年～100年或更早)中记述了大量的计算面积和体积的公式. 勾股定理是关于直角三角形三条边长之间的一个很重要的关系式，在《周髀算经》(公元前100年前后)和《九章算术》中都有记载，还记述了如何用它解决日常生活中的有关问题. 将要在高中学习的祖暅原理是关于面积和体积的一条重要原理，利用该原理可以算出很多几何图形的面积和体积，该原理是祖暅(数学家祖冲之的儿子)最早发现的，比意大利数学家卡瓦列里(Cavalieri，(F.) B. 1598年～1647年)早1100多年.

附录　部分习题答案或提示

第一章　线段、角

习题 1.1

A 组

6. (1) 3 条；(2) 6 条. 线段名略.

B 组

2. 6 条.

习题 1.2

A 组

3. $x=6$ mm，$y=51$ mm.

5. (1) 4 倍；(2)$\frac{3}{4}$. 注意 BA 的延长线与 AB 的延长线不同.

B 组

2. 注意有两种情况.

习题 1.3

A 组

6. (1) 40°；(2) 65°.

B 组

1. 可以先量出度数或者假设度数，再想一想.

习题 1.4

A 组

4. 注意$\angle DOE$ 都等于 90°.

5. 24°；16°22′.　　6. (2) 36°48′.

B 组

1. (1) 8.　　2. 可以先求$\angle AOD$ 和$\angle BOC$.

习题 1.5

A 组

9. 105 米.

B 组

3. 注意$\angle ABC=45°$. AC 的距离答 45 米或 46 米都可.

复习题一

A 组

6. (1) 3 倍.　　12. 120°，75°.

14. (2) 120°.　　16. (1) 60°和 30°.

17. $BC\approx 28$ mm.　　18. $DA\approx 1000$ 米.

B 组

3. 90°.

自我测验一

1. 2，补，只有，$<$，同角的补角相等.

2. $\times$，$\surd$，$\surd$，$\times$，$\times$. 3. 53°17′45″，4 cm，30°.

4. $AC\approx21$ mm，$BC\approx26$ mm.

第二章　相交线、平行线

习题 2.1

***A* 组**

2. (3) 50°，130°.　　3. 35°.

8. (1) 90°. (2) 40 mm，30 mm，50 mm，50 mm.

***B* 组**

3. 提示：(2) 由$\angle AOB=180°$，计算出$\angle EOF=180°$.
(3) 通过计算得$\angle EOG=90°$.

习题 2.2

***A* 组**

4. $\angle ADE=31°$.

9. (1) $\angle DAB=44°$.　　(2) $\angle EAC=57°$.
(3) $\angle BAC=79°$，$\angle BAC+\angle B+\angle C=180°$.

10. (1) $\angle 1=58°$，$\angle 2=122°$. (2) $\angle 3=102°$，$\angle 4=78°$.

***B* 组**

1. 提示：根据对顶角相等，由已知条件推出同位角相等.

2. $\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

习题 2.3

A 组

2. (1) 题设：两直线平行，结论：同旁内角互补.

(2) 题设：两个角的和等于平角，结论：这两个角互补.

(3) 题设：等式的两边加上同一个数或同一个整式，结论：所得的结果仍是等式.

(4) 题设：两条直线同平行于第三条直线，结论：这两条直线平行.

(5) 题设：任何两个直角，结论：这两个角相等.

B 组

1. 最后两步：

$\therefore$ $\angle D+\angle C=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

$\therefore$ $\angle A=\angle C$（同角的补角相等）.

复习题二

A 组

7. (1) $\angle 1=110°$，$\angle 2=110°$，$\angle 3=70°$.

(2) $\angle 1=108°$，$\angle 2=108°$，$\angle 3=72°$.

8. $\angle 2=64°$，$\angle 3=26°$，$\angle 4=154°$.

13. $\angle B=105°$，$\angle D=82°$.

14. $\angle EDC=25°$，$\angle BDC=85°$.

B 组

1. $\angle BGE=56°$，$\angle EGM=34°$.

2. 提示：求点 A 到直线 BC 的距离时，先说明 $AB\perp BC$，即先算出$\angle ABC=90°$.

自我测验二

1. ×，√，√，√，×，√，×，√.

2. (1) 62°. (2) 59°.

3. 2.2 cm.

4. (1) DC，内错角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等.

   (2) 同位角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等；垂直的定义.

5. 证明：∵∠1＝∠2（已知），∠1＝∠3（对顶角相等），

   ∴∠2＝∠3.